

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224548

UNIVERSAL
LIBRARY

رسالہ علم مساحت

مصنفہ

۳۷۷

ٹوڈ ہنر صاحب ایم اے

جکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنی کیولر سائنس اینڈ لٹریچر

نشرل کالج الہ آباد نے

ترجمہ کیا

دسویں دفعہ

۱۸۸۷ء

مطبع مرتضوی دہلی میں باہتمام حافظ محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

استہار

کتاب مفصلہ اول اکثر کار پاس موجود ہیں بعض انہیں سے صرف انطباق میں ہو کمیشن تفصیل فعل خریداروں کو دیا جائیگا۔ مگر حصول اونکے دستہ ہوگا جسکے روپیہ نقد لیا جائیگا اور وافت کار خریداروں نے دین کا بھی حساب کتاب کیا جائیگا اور حدیث و مہینہ میں اونکے پیروپیہ لیا جائیگا۔ اور جسے ہمیشہ حساب کتاب کیا جائیگا اور کو بیس روپیہ سیکڑہ کمیشن دیا جائیگا خواہ کتنے ہی روپیہ کی کتابیں ایک دفعہ میں خریدیں شہتار جو لوگ طلب کریں وہ آدہ آنہ حصول کا بھیجن نہیں پیرنگ اول پاس بھیجا جائیگا کوٹ فیس قیمت کتاب میں نہ لکھے جائیں گے۔ ڈاک کے ٹکٹ ڈاک ہی میں کم ہو جاتے ہیں بہت غم میرے پاس ہو چکے ہیں۔ سنی آرڈر پوسٹل نوٹ کے ذریعہ سے روپیہ بھیجنا چاہئے۔

سقدار خریداری

کمیشن

۵ روپیہ

۱۰ روپیہ تک

۱۱ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک

۲۰ روپیہ سے ۲۰ روپیہ سیکڑہ کمیشن

۲۰ روپیہ اور اس سے زیادہ کے لئے

محمد ذکار الدین روپیہ سرور کا لاج الہ آباد

فہرست کتب موجودہ

علم حساب

مضمون

نمبر	مضمون	صفحہ	تاریخ
۱	برائے دستہ کا علم حساب کا رسالہ کتاب مع شرح کے علم حساب میں ایسی کتاب ہوگی جس کی تہمین پانچ چار سو سال سے عمل موجود ہیں اور تمام قواعد مع اثبات جو علم اس کتاب کو عورتی ٹرپہ لے ہوا سکوسی اور کتاب کی ضرورت نہیں ہوتی۔	۱۱	۱۰
۲	شرح سوالات متفرقہ ایضاً	۵	۱۰
۳	حصہ دوم شرح کل باقی سوالات مولفہ منشی فاضل محمد حسن صاحب مدرس شریک کا لاج	۵	۱۰
۴	رسالہ علم حساب اعمال صحاح	۲	۱۰
۵	ایضاً اعمال مرکب	۳	۱۰
۶	اعمال کسور	۲	۱۰
۷	اعمال تناسب	۳	۱۰
۸	رسالہ علم حساب ذہنی و مساحت	۱	۱۰
۹	برائے دستہ اکاؤنٹ سائری منشی جتی سوالات کا مجموعہ مع حل	۵	۱۰

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

روٹی کا کالج کا حال کتب معلوم ہو کہ وہاں کے امتحان کے واسطے علم مساحت کیسا ضروری علم ہے
 بغیر مساحت جاننے کے وہاں کوئی کسی طالب علم کو نہیں پوچھتا اور کسی لیت بڑو جاہل ملن کسی
 دولت کماٹے ہیں ہر سال کتب کو طالب علم قصبائی و دہاتی تحصیل ملکہ بندی مدرسوں کے رفد گار۔
 پاتے ہیں ان کے واسطے اکیسی کتاب کا ترجمہ ہونا جیسے کہ جناب ٹوڈنہٹر صاحب کی کتاب ہے
 ضرورت تھائے میں اس کا ترجمہ کیا وہ مبتدی کی واسطے ایک کتاب ساری کتاب میں کوئی
 بات ایسی نہیں کہ وہ میں مبتدی اور جمین فقط علم حساب کا جانتا اس کتاب کے پڑھنے کے لئے
 ضروری ہو مضامین چھوٹے چھوٹے بابوں میں تقسیم ہیں کہ باب آخر میں وہی باب کی مثالیں لکھی
 ہوئی ہیں اور مثالہ تفرقہ میں اس مثال میں ایک قسم کی آئی ہیں اکثر ان میں سے جناب مروج ہی نے
 تصنیف کی ہیں اور بعض کاغذات امتحان کے منتخب ہوئی ہیں علم حساب کے سبب عدد اور بارہ سو
 مثالیں اور میں موجود ہیں عرض کتاب ایسی ہے کہ اگر اس کو علم حساب پڑہ کر کوئی طالب علم
 بچے ہو تو کہیں نہ رہے کہ اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑھنے سے آتا ہو مثال حساب کو طالب علم
 دیکھتا ہے کہ وہ حساب میں کسی اور پیرایہ میں حل ہوتے ہیں حساب کے معجب اور مجذوب کے معنی
 ہیں انکے کہلاتے ہیں علم ہندسہ کے ساتھ حساب و حساب اختلاط ہوتا ہے تو علم ہندسہ کی کچھ اور
 ہی شان نظر آنے لگتی ہے اگر اس کتاب کو پڑہ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم ہند
 کی مطالعہ کرے تو معجب لطف اس کو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی حبقہ کتابیں اردو میں
 بالفعل موجود ہیں ان کو کچھ نسبت اس کتاب سے نہیں جیت اکیلیسے فضل کی کتاب کا ترجمہ
 کہ اس کا نظیر انگلستان میں ہی نظر نہیں آتا۔ روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ
 ہوتی جاتی ہے واسطے اب یہ عین دفعہ از سر نو صحیح ہو کر منطبع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی
 شرح ہی چھاپی گئی فقط

فہرست مضامین

	دیباچہ	
۱	پہلا باب علم ہندسہ	پہلی فصل
۵	حدود یعنی تقریفات اور اصطلاحات	دوسری فصل
۱۱	سائل ہندسہ	تیسری فصل
	عملیات ہندسیہ	
۱۴	دوسرا باب طولوں کے باب میں	چوتھی فصل
۱۸	پیمانے طولانی	پانچویں فصل
۲۳	مثلث قائم الزاویہ	چھٹی فصل
۲۹	اشکال متشابہ	ساتویں فصل
۳۶	دائرے کے وتر	آٹھویں فصل
۴۰	محیط دائرہ	نویں فصل
	توس دائرہ	
۴۵	تیسرا باب رقبوں کے بیان میں	دسویں فصل
۴۶	مربع پانچوں کی جدول	گیارہویں فصل
۵۴	قائم الزاویہ	بارہویں فصل
۶۱	متوازی الاضلاع	تیرہویں فصل
۶۸	مثلث	چودھویں فصل
۷۴	ذو الرقبۃ الاضلاع	پندرہویں فصل
	مستقیمۃ الاضلاع	

۷۷	دارہ	سولہویں فصل
۸۶	قطاع و قطعہ دارہ	ترہویں فصل
۹۳	سپین صاحب کا قاعدہ	اٹارہویں فصل
۹۹	اشکال متشابہ	اونویں فصل
	باب چہارم مجہبات	
۱۰۵	حدود	بیسویں فصل
۱۱۲	پیمانہ سے مجہبات	اکیسویں فصل
۱۱۳	مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ	بائیسویں فصل
۱۲۲	مجموع متوازی السطوح منشور اسطوانہ	تیسویں فصل
۱۳۰	اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ	چوبیسویں فصل
۱۳۲	مخروط مضلع اور مخروط مستدیر	پچیسویں فصل
۱۳۸	مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص	چھبیسویں فصل
۱۴۲	فانہ	ستائیسویں فصل
۱۴۷	مجموع فوز نقہ	اٹھائیسویں فصل
۱۵۱	کرہ	اونتیسویں فصل
۱۵۷	قطعہ و منطقہ کرہ	تیسویں فصل
۱۶۰	مجموع غیر منتظم	اکیسویں فصل
۱۶۲	مجہبات متشابہ	بیسویں فصل
	پانچواں باب مجہبات کی سطوح کے رقبے	
۱۶۷	سطوح مستوی	تینتیسویں فصل
۱۷۱	اسطوانہ مستدیر قائم	چونتیسویں فصل

صفحہ	مضمون	فصل
۱۷۹	قطعه بطوانہ مستدیر قائم و حلقہ	پنجمین فصل
۱۸۲	مخروط مستدیر قائم	چھٹین فصل
۱۸۸	مخروط مستدیر ناقص	سینتین فصل
۱۹۳	کرہ	آرتیسون فصل
۱۹۹	کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ	اوتالیسون فصل
۲۰۱	باب ششم علم مساحت کا عمل	چالیسون فصل
۲۰۶	متنید	اکتالیسون فصل
۲۰۹	کارگیر کے کام	بیالیسون فصل
۲۱۲	لکڑی کی پیمائش	تینتالیسون فصل
۲۱۷	طوف کا ناپنا	چوالیسون فصل
۲۲۰	باب ہفتم زمین کی پیمائش	پننتالیسون فصل
۲۲۳	جرب	چالیسون فصل
۲۲۴	عمود	سینتالیسون فصل
۲۲۶	فیڈبک	آرتالیسون فصل
۲۲۹	سوالات	اونچیسون فصل
۲۳۶	ضرب جلیبیا اور اثنا عشری	
۲۴۳	میٹر	
۲۴۶	سوالات متفرقہ	
۲۴۵	جوابات	

علم مساحت

دیباچہ

حس علم میں طول و عرض اور جسامتوں کے اندازہ کرنے اور جانچنے کو قاعدے بیان ہوتے ہیں اسے علم مساحت کہتے ہیں۔

ضروری ہے کہ علم مساحت جو بالکل علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب خوب افہام ہو اور اعداد کا جذور نکالنا جانتا ہو اور اس کو ان علامتوں سے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور - سے نفی یعنی تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور — جذور اور ہر

کچھ علم ہندسہ بھی واقف ہونا ضروری اس لئے کہ اس کتاب میں اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی میں لکھے ہیں بتدریج فرض ہو کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے مطالعہ کرے تاکہ اس کو اصطلاحات علمی جن سے آگے کام پڑے گا خوب سمجھ میں آجائیں اور ان کے معنی پر عبور ہو جائے اور الفاظ اصطلاحات کے حقیقی اور مجازی معنی میں تمیز ہو جائے اس باب کو ختم کر کے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرا تیسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہاں اور نہیں ہی دیکھ لے۔

باب اول علم ہندسہ

پہلی فصل حدود یعنی اصطلاحات کی تعریف

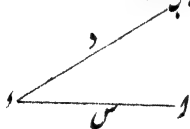
(۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہیں کہ ان کے معنی بیان کرنے کی ضرورت نہیں مگر جو ادنیٰ تعریفیں علم ہندسہ میں کیجاتی ہیں ان کے سمجھنے میں ذہانت کو خارج کرنا پڑتا ہے۔

کتابت میں اور کتبوں میں نقطہ ایک سیال گنڈلی سی ہوتی ہے اور یہ خواہ کسی ہی چوٹی سی چوٹی ہو بھی ہو اس کی کچھ نہ پتہ ہوتی ہے۔ لیکن علم ہندسہ میں نقطہ اسے کہتے ہیں جسکی مقدار معدوم ہو۔ خطوط مستقیم اور منحنی دونوں طرح کے ہوتے ہیں وہ کتابت میں ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہے جو کسی ہی زبان

سے باریک ہو پری کچھ کچھ اور سکا عرض ہو تا ہو مگر علم ہند میں خط اسے کہتے ہیں جس کا عرض بالکل نہ ہو۔
(۲) سطح کا لفظ کثیر الاستعمال ہے اور سطح ہوا اور تختی دو طرح کی ہوتی ہے سطح ہوا کو سطح مستوی یا بیسط
ہی کہتے ہیں علم ہند میں سطح کا دل نہیں ہوتا۔

(۳) پس نقطہ وہ ہے جس کا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو۔ اور خط وہ ہے جس کا نہ طول ہو اور سطح وہ
ہے جس کا فقط طول اور عرض ہو مجسم یا جسم وہ ہے جس کا طول عرض سمک تینوں چیزیں ہوں اس
کتاب میں ہم مجسمات کا ذکر جب تک کرینگے کہ اول تین بابوں میں فقط خطوط اور سطحوں کا جو ایک
میں ہوں بیان نہ کرینگے۔

(۴) دو خطوط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بنائیں اور نہ ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے
خط مستقیم کے ساتھ ہوتا ہو اور وہی زاویہ سطح مستقیمہ الخٹین کہتے ہیں جیسے دو خطوط مستقیم کو اور ب
کے ملنے سے نقطہ کو پر زاویہ پیدا ہوتا ہے

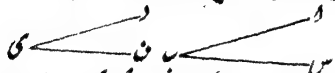


جن خطوط مستقیم سے زاویہ پیدا ہوتا ہے اور خطوطوں
کے بدلنے سے زاویہ میں کچھ تغیر نہیں واقع ہوتا ہے اور دوسرے وہی زاویہ پیدا ہوتا ہے اور
ب سے پیدا ہوتا ہے۔

(۵) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اس کے بغیر ہوتا ہے جو اس نقطہ پر لکھا ہو اور جس کو زاویہ کا
اس کہتے ہیں جیسا کہ اوپر کی دفعہ میں دیکھیں گے کہ جب کسی زاویہ کو کسی ایک نقطہ پر واقع ہوں تو
اور میں ہر ایک اس میں حرفوں سے بیان کیا جاتا ہے ان حرفوں کے لکھنے کی ترکیب یہ ہے کہ زاویے کے
اس پر جو حرف لکھا ہوا ہو اس کو چھین لکھتے ہیں اور اس کے اوپر اور دہراؤں دو حرفوں کو لکھتے ہیں

جہاں ایک حرف تو ایک خط مستقیم کسی مقام پر لکھا ہوتا ہے اور
دوسرے حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ میں حرف
زاویہ تھا جاتا ہے جو خط مستقیم کی اور حرف ہی پیدا ہوتا ہے اور حرف ہی سے وہ زاویہ جو خط مستقیم کی
اور حرفی سے بنتا ہے اور حرفی سے وہ زاویہ جو خط مستقیم کی اور حرفی سے پیدا ہوتا ہے

(۷) اگر گزیناویہ دوسرے زاویے پر سطح کرکما جاسکے کہ خطوط جنسے گزیناویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل متساوی ہوں گے۔
 (۸) اگر گزیناویہ دوسرے زاویہ پر سطح کرکما جاسکے کہ خطوط جنسے گزیناویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل متساوی ہوں گے۔
 (۹) اگر گزیناویہ دوسرے زاویہ پر سطح کرکما جاسکے کہ خطوط جنسے گزیناویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل متساوی ہوں گے۔



یہ امر ضروری ہے کہ زاویوں کی برابر ہونیکا مفہوم ہندی کے ذہن میں صحیح صحیح ہواوردہ زاویوں کی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان سطح کرکما ہو کہ دو زاویہ مقرر کرکما غنڈے بنائے اور ایک پر دوسرے کو رکھ کر دیکھو وہ قطب ہو جاتے ہیں۔ گزیناویہ ہندی میں یہ عمل نقطہ ذہنی ہوتا ہے جو خارج میں مساوات زاویوں کی سطح عمل کر کے نہیں دیکھی جاتی لہذا ایک کو دوسرے پر رکھیں۔

(۱۰) دفعہ کی شکل میں فرض کرو کہ دوہیں زاویہ میں جن برابر ہوں زاویہ میں ہی کے اسلئے کل زاویہ یعنی زاویہ میں ہی سے دو چند ہوا اور اس سطح سے یہ امر ذہن میں آسانی سے آسکتا ہے کہ جب گزیناویہ دوسرے زاویہ سے دو چند ہوا تو اسکے کیا معنی ہوتے ہیں اور علیٰ ہذا القیاس سے چند وغیرہ۔

(۱۱) ایک خط تقسیم پر ایک خط تقسیم قائم ہوا اور زاویہ قسملہ ہواوے اپنے ہمواروں میں پیدا ہیں اسپہیں ہوں تو اون زاویوں میں سے ہر ایک کے اوئے کو قائمہ کہتے ہیں اور خط تقسیم جو کہ گزیناویہ اور دوسرے

خط تقسیم پر عمود کہتے ہیں مثلاً شکل میں زاویہ ابس برابر ہوا اور اب دکر تو ہر ایک انہیں سے زاویہ قائمہ ہوا اور اب عمود دس پر ہے۔

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہواوے زاویہ قسملہ کہتے ہیں۔
 زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چوٹا ہواوے زاویہ حادہ کہتے ہیں۔

(۱۲) خطوط تقسیم متوازیہ خطوط تقسیم ایک سطح میں ہوتے ہیں کہ انکو سیدھا جانتا ہے نہ تو طرف کیچیں تو وہ اسپہیں ایک دوسرے سے نہ ملیں۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ مثلین ہیں جنکو خطوط مستقیم نے گہرا ہوا اور اونکی حدود کا نام اضلاع ہر
شکل و شکل مستقیمۃ الاضلاع ہر جنکو تین ضلعوں کا گہرا ہوا۔

شکل فی واریعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہر جنکو چار ضلعوں نے احاطہ کیا ہو جس شکل
مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہوں اور سکو کثیر الاضلاع کہتے ہیں اگر اوسکے پانچ ضلع
ہوں تو اوسکو پانچوں اور اگر چھ ضلع ہوں تو سدس اور علیٰ ہذا القیاس
کثیر الاضلاع منظور وہ شکل ہر جسکے سب ضلع اور زاوے آپس میں برابر ہوں۔



(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہیں اونکے نام یہ ہیں۔
مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہر جسکے تینوں ضلع آپس میں برابر ہوں
مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہر



جسکے دو ضلع آپس میں برابر ہوں۔

مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہر جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو۔

مثلث قائم الزاویہ میں آسانی کے لئے اضلاع کا لفظ فقط اور خطوط تقسیم کے واسطے استعمال میں آتے ہیں
جو زاویہ قائمہ کے محیط میں اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوا ہر اوسے وتر کہتے ہیں۔



مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہر جسکا ایک زاویہ منفرج ہو۔

مثلث حادہ الزاویہ وہ مثلث ہر



جسکے تینوں زاوے حادہ ہوں۔

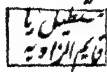
(۱۲) ذوالربعۃ الاضلاع مختلف قسم کے ہوتے ہیں اور انکے نام یہ ہیں۔

متوازی الاضلاع وہ ہر جسکے مقابل کے ضلع برابر اور متوازی ہوں۔



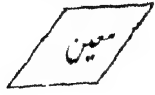
مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع

ہے جسکے زاوے قائمہ ہوں۔



مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہر جسکے چاروں ضلع آپس میں برابر ہوں۔





معین ہر متوازی الاضلاع ہر جس کے سب ضلعے لپسین
برابر ہوں مگر اس کے زاوے قائمے نہوں
ذوزنقہ وہ ہر جس کے دو ضلعے متوازی ہوں -

(۱۳) مثلث ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہیں اور اس قاعدے پر عمود مقابل کو زاوے سے نکالیں اس سے
ارتفاع مثلث کہتے ہیں متوازی الاضلاع کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہہ سکتے ہیں اور اس قاعدے پر جو عمود
مقابل کر سکتے کسی نقطہ سے نکالا جائے اسے ارتفاع متوازی الاضلاع کہتے ہیں -

(۱۴) ذوزنقہ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہے کہ وہ مقابل کے زاویوں میں ملائیں جو خط مستقیم کہ
کثیر الاضلاع کو دو زاویوں میں کہ تقصیل نہوں ملا یا جاوے وتر کثیر الاضلاع کہتے ہیں -

(۱۵) دائرہ اس طرح کہ کہتے ہیں جس کو ایک خط جس کا نام محیط ہے گھیرے اور اس کے چاروں طرف ایک خاص نقطہ ایسا
کہ جسے خط مستقیم اس کے محیط کے نیچے وہ سب ہم قیاسی ہوں اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہے
دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے محیط تک پہنچا جاوے -



دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے گذرے اور محیط پر دو نقطوں تک پہنچے ہو -
محیط کسی حصہ کو قوس کہتے ہیں -



دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہے کہ قوس کے اطراف میں ملائیں -

قطرہ وہ شکل ہے کہ جس کو مرکز اور قوس کے احاطہ کیا ہو کہ وتر قطع ہوئی ہو -



قطاع دائرہ وہ شکل ہے کہ جس کو نصف قطر اور مرکز و قوس گھیرے ہو -

انصاف قطر وہی جو زاویہ بتا دے اور قطاع زاویہ کہتے ہیں -

منطقہ دائرہ وہ شکل جو دو متوازی وتر کے درمیان اترے کا قطع ہو -

دوسری فصل مسائل منہ

(۱۶) اب ہم علم ہند کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہیں جن سے علم اولیاد لکھیں گے اور ان کے اثبات کی دلیل کہ
جہاں آوا قیہ کسی کو نہیں پہنچا سکتا یہ مسائل انہیں علم ہند کے واسطے لکھا گیا ہے جو اقلیدس کو نہیں جانتے

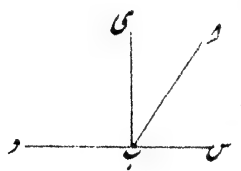
اس لئے فقط اصل مطلب یعنی اثبات کو ہم بیان کرتے ہیں اس کو طالب علم سمجھ لیں اور حفظ کر لیں جب تک شکل کا اثبات سمایت پیدا نہ ہو تو ہم نے اس کی اصل کو بیان کر دیا ہے اگر اس کو تمام و کمال اول دفعہ میں نہ سمجھ گیا تو وہی اس کو اس وقت فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی متاویہ بالکل نہیں ہے چوتھ دیا ہے طالب علم اس کو خود سمجھ جائیگا اور بعض باتیں ایسی لکھی ہیں کہ وہ آلات پر اثبات سے بخوبی سمجھ میں آجاتی ہیں غرض جو کچھ لکھا ہے اس طرح لکھا ہے کہ طالب علم کو اس کا اعتبار بمنزلة یقین بلکہ علی یقین ہوگا۔

(۱۷) پہنچو جو علم ہند کے مسائل کو ہر وہ چیز منتخب کر کے بطور نمونے کے لکھے ہیں اور ہندوین کی حقیقتات سے جو مسائل قائم ہوئے ہیں ان کو ہمیں بیان کیا فقط ان نمونوں سے طالب علم کو اولین اصول ہندوین کے تصورات جمع جائیں گے اور معلوم ہو جائیگا کہ وہ منکرین طرح نتائج مختلف پیدا ہوتے ہیں اور ان کو بادی کیا ہے اس حاشیے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

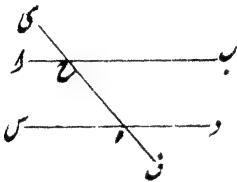
۲۸ سے ۳۷ تک رقبہ کی مساوات کا حال ہو دفعات ۳۱ سے ۳۴ تک اُرد کے خواص کا بیان ہے اور دفعات ۳۵ سے ۳۸ تک تشابہ شلٹو نکا ذکر ہے۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط تقسیم لب خط تقسیم سن پر ایک ایسا باب میں آؤ کہ اس اور لب و پیدا کرتا ہو تو یہ باب ملکہ برابر دو قائمہ کے ہونگے۔ دلیل اس کی یہ ہے کہ یہی کو مجموعہ سن پر
فرض کرو تو زاویہ لب و زاویہ لب ہی اور یہی لب و مجموعہ کے برابر ہے
اس لئے دو زاویوں لب س اور لب د کا مجموعہ برابر ہو جائیگا لیون
لب س اور لب ہی اور یہی لب د کا مجموعہ ہے لیکن زاویہ لب و قائمہ ہے اور لب س اور لب ہی کا مجموعہ لب س
ہو اور یہی لب ہی قائمہ ہے اس لئے زاویہ لب س اور لب د کا مجموعہ برابر دو قائمہ کے ہونگے۔

(۱۹) فرض کرو کہ دو خط متوازی ہوں اور اس کے دائرے کے کو نقطہ جس پر تقاطع کر کے ہیں زاویہ ایس اور بی
زاویہ بی دو اور زاویہ ایس دو برابر ہو گا بی اس کو دلیل کی جی کہ
موجب فہم اگر زاویہ ایس اور بی برابر ہو تو قائم ہونگے ہیں



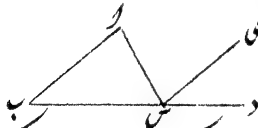
اور ایسے ہی زاویے کسی ب اور ب جی د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں
اس واسطے زاویے ایسی اس اور س جی ب ملکر برابر ہیں زاویوں س جی ب اور ب جی د کے
اسی واسطے زاویہ ایسی اس برابر ہوا زاویہ ب جی د کے
اور یہ طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویے ایسی د برابر ہیں زاویہ ب جی س کے
زاویوں ایسی اس اور ب جی د کو اس کے مقابل کے زاویے کہتے ہیں اور زاویوں ایسی د اور ب جی س
کا بھی یہی نام ہے۔



(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم جی خطوط تقسیم متوازی
ب اور س کو قطع کرتا ہے تو زاویہ ایسی ج ب برابر ہو گا زاویہ
ج د کو اور د اور ب ج د اور ج د ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے

(۲۱) چونکہ مجموعہ فہ (۱۹) کہ زاویہ ایسی ج ب برابر ہیں زاویہ ایسی ج د کو تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ایسی ج د برابر ہیں زاویہ
ج د کو اور ایسی د کو برابر دیا، قیاد کہ تین ایسی ہی زاویہ ایسی ج د برابر ہوں تب د برابر ج د ہو

(۲۲) فرض کرو کہ بس مثلث اب س کا ضلع د تک خارج کیا گیا ہے تو زاویہ خارجہ اس د برابر دو
مقابل کے داخلی زاویوں کے ہو گا۔



دلیل یہ ہے کہ اب کا متوازی س جی
فرض کرو تو مجموعہ فہ (۲۱) کے زاویہ ایسی س د برابر ہیں زاویہ اب س کے اور مجموعہ فہ (۲۱) کے زاویہ
اس جی برابر ہیں زاویہ اب س کے پس کل زاویہ اس د برابر ہوا زاویوں اب س اور ب اس
کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینوں زاویے ملکر برابر دو قائمہ کے ہوتے ہیں۔

دلیل سکی یہ ہے کہ مجموعہ فہ (۲۲) کے زاویوں اب س اور ب اس کا مجموعہ برابر ہیں زاویہ اس جی کے
پس تینوں زاویوں اب س اور ب اس اور اس ب کا مجموعہ برابر ہیں زاویہ اس د اور اس ب
کے مجموعہ کے یعنی مجموعہ فہ (۱۸) کے برابر دو قائمہ کے

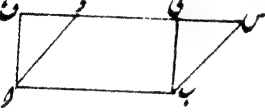
(۲۴) اگر مثلث کو دو ضلعے اسپین برابر ہوں تو اون کے مقابل کے زاویے ہی اسپین برابر ہونگے۔

(۲۵) اگر مثلث کو دو زاویے اسپین برابر ہوں تو اون کے مقابل کے ضلعے ہی اسپین برابر ہونگے۔

(۲۶) اگر مثلثوں میں ایک مثلث کو دو ضلعے برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کو برابر کیا پنی اپنی نظیر کو اوپر زاویے درمیانی ان ضلعوں کے ہی اسپین برابر ہوں تو مثلث سب طرح سے اسپین برابر ہونگے۔

(۲۷) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کو دو زاویے برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو زاویوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ ضلع متصل یا مقابل متساوی زاویوں کے ہوں تو سب طرح سے مثلث اسپین برابر ہونگے۔

(۲۸) متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کے برابر ہوتا ہے جو اسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو۔



فرض کرو کہ متوازی الاضلاع AB سق قائم الزاویہ B ہی ق

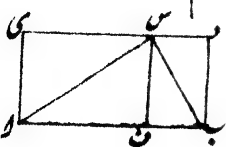
ایک ہی قاعہ AB پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ AB اور سق کو واقع ہوں تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونوں مثلثیں ایک ہی جگہ گہری بنیگی۔

یہ بات مان لینی کہ یہ شکل نہیں کہ مثلث B ہی س برابر ہے مثلث B ق د کے

اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ AB سق برابر ہے B ہی ق کے

متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان کنو کی جگہ ہم یہ جو بیٹ فہرہ کے کہہ سکتے ہیں کہ اون کا ارتفاع ایک ہی ہو۔

(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔



فرض کرو کہ مثلث B س اور قائم الزاویہ B ہی ق کا ایک ہی

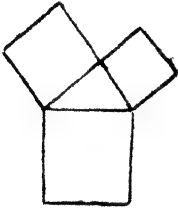
قاعدہ AB اور ایک ہی ارتفاع ہے تو قائم الزاویہ سے

مثلث نصف ہوگا۔

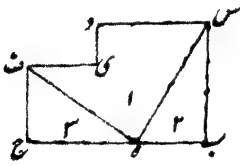
فرض کرو کہ سق عمود AB کے اوپر نقطہ س سے نکلا ہو تو اس بات کے ماننے میں کہ یہ شکل نہیں ہے

کہ مثلث ب ف س برابر ہے مثلث س د ب کے اور مثلث و ف س برابر ہے مثلث و س د کے اور اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہے کہ و ب د ہی سے و ب س نصف ہے۔

اس معلوم ہوا کہ جن مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور ان کا ارتفاع برابر ہو وہ آپس میں برابر ہوتے ہیں (۳۰) مثلث قائم الزاویہ میں وتر پر جو مربع بنایا جائے برابر ہوتا ہے اور ان مربعوں کے جو اضلاع پر بنائے جائیں۔

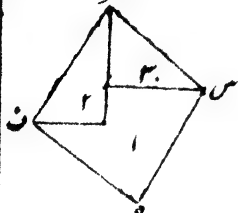


اس شکل میں مثلث قائم الزاویہ بنایا ہے اور وتر پر مربع اور اس کے ضلعوں پر مربع بنائے ہیں تو ہر مربع برابر دو مربعوں کے مجموعہ کے ہوگا۔



یہ شکل علم ہندسہ کی جان ہے اس کے بڑے بڑے کام نظریات اب ہم اس کی صداقت کو دکھاتے ہیں۔ فرض کرو کہ مثلث ب س د ہی ف ج مرکب دو مربعوں کے جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہیں۔

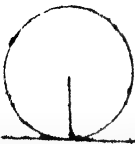
ح ہ برابر ہے س کے بناو اور خطوط تقسیم س ہ اور ف ج کاغذ کی یا پمپلی کی کل شکل کتر لو اور اس کے تین حصہ وہ دوسری صورت کے بناو اور یہ ان حصوں کو اس طرح ملاؤ کہ شکل و ف س کی سنی پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اس طرح ایسا بنایا جاسکتا ہے کہ اس کے اضلاع برابر ہوں گے۔

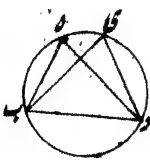


اس معلوم ہوا کہ ہر مربع جو بنایا جائے برابر اور ان مربعوں کے ہوتا ہے جو ف ج اور ح ہ پر بنائے جائیں

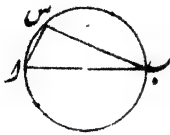
(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو نصف قطر جو نقطہ تماس سے کیجا جائیگا

اور اس خط مستقیم پر عمود ہوگا۔



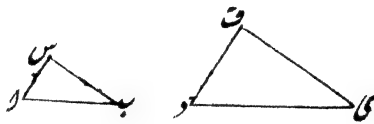


(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ $\angle B$ اور $\angle S$ ایک ہی قطعہ دائرہ
ب $\angle S$ میں واقع ہیں تو زاوئے آپس میں برابر ہونگے۔



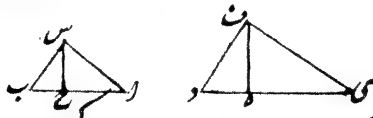
(۳۳) فرض کرو کہ $\angle B$ دائرہ کا قطر ہو اور محیط میں
کوئی نقطہ S کا لیکر خطوط تقسیم اس $\angle B$ میں
تو زاویہ $\angle S$ ب ایک قائمہ ہوگا

(۳۴) فرض کرو کہ $\angle B$ اور $\angle S$ دو ایسے مثلث
ہوں کہ زاویہ $\angle B$ برابر ہو زاویہ $\angle S$ کے اور زاویہ $\angle B$ برابر ہو زاویہ $\angle S$ کے تو برابر زاویوں کے اضلاع مناسب ہوں گے۔

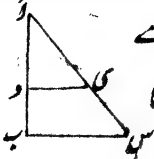


یعنی اگر $\angle S$ و $\angle Q$ دو چنڈ $\angle B$ سے ہو تو $\angle S$ و $\angle Q$ دو چنڈ $\angle B$ سے ہوگا
اور اگر $\angle S$ و $\angle Q$ دو چنڈ $\angle B$ سے ہو تو $\angle S$ و $\angle Q$ دو چنڈ $\angle B$ سے ہوگا
اور علیٰ ہذا القیاس ایسے دو مثلثوں کو متشابه مثلث کہتے ہیں

(۳۵) فرض کرو کہ $\angle B$ اور $\angle S$ دو مثلث متشابه ہیں اور زاوئے $\angle S$ و $\angle Q$ نظیر ہیں اور



س $\angle B$ کو $\angle S$ پر اور $\angle Q$ پر نقاط S اور Q سے مقابل منکون پر عمود فرض کرو تو

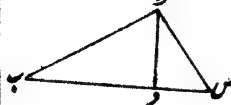


س $\angle B$ کو $\angle S$ سے وہ نسبت ہوگی کہ $\angle S$ کو نسبت $\angle Q$ سے

(۳۶) فرض کرو کہ مثلث $\angle B$ اور $\angle S$ خط تقسیم $\angle B$ کا
متوازی ہے اور اضلاع $\angle B$ اور $\angle S$ سے ملتا ہے تو مثلث

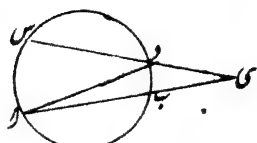
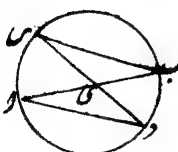
اوب س اور اسی و مشابہ ہونگے (دفعہ ۲۰ دیکھو)

(۳۸) فرض کرو کہ اوب س مثلث قائم الزویہ ہو اور د و عمود زاویہ قائمہ کی وتر پر نکالا جائے تو مثلث د ب و اور د و س مشابہ ہونگے



(۳۸) فرض کرو کہ اوب س دو وتر ایک دہ کر کے ہو (اور ضرورت

کی ہو تو بین خاصہ کے نقطہ پر ملے ہیں)



ملاو اوب س اور د و مثلث اسی د اور ب س اسی س ہیں تشابہ ہو کر اور ا و جی اور ا و س ب ا س ہیں برابر ہونگے اور زاویے ا و د اور ا و س بھی آپس میں برابر ہونگے (دفعہ ۳۲ دیکھو)

تیسری فصل مندرجہ عملی

(۳۹) اب ہم چند مثال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کار آمد ہیں اور ان کی شکلیں صحیح بنتی ہیں آلات میں فقط ہر کار اور رد یعنی سطر مطلب آری کے واسطے کافی ہیں اور نئے ہمارا سا کام چل جاتا ہے اگرچہ آلات بھی شل مربع یا متوازی رد کے کام کے ہوتے ہیں مگر ان کی ضرورت کچھ ضروری نہیں فصل دوم میں جو کچھ ہم نے ذکر کیا ہے اور نہیں پر ان اشکال عملی کا حل ہو رہا ہے اور عملاً نتائج کی صورت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہیں وہ سب سانی سے ثابت ہو جائے ہیں اور عملاً جو تحریق فیڈس کو جانتے ہیں وہ بخوبی ان کی صحت کو سمجھ سکتے ہیں غرض عملاً و عملاً و نواح سے ان کی متانت اور صداقت ثابت ہے۔

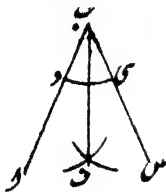
(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اوب خط مستقیم معلوم ہو اور ب کو مکرر کر کے ایسے نصف قطر جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو د اری کہیو اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور س پر تقاطع کرتے ہیں

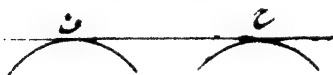


ملاو د س جو اوب کو نقطہ س پر قطع کرے تو اس برابر ہو گا ب س کے

اور خط مستقیم دسی زاویہ قائمہ ارب پر بنا تا ہوا اور اس سے معلوم ہوتا ہو کہ ہم سطح ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ
بنا تا ہوا ایک خط مستقیم معلوم ہوا و سکود و براہیوں میں تقسیم کرنا ہوا کہ ہم کہتے ہیں -



(۴۱) ایک ایسے معلوم کر دو براہیوں میں تقسیم کرو
فرض کرو کہ ارب س اور معلوم کر کہ کسی نصف قطر پر دایہ کیچو
کہ ارب کو نقطہ پر اور ب س کو نقطہ ہی ب نقطہ کر اور دایہ کی کو
مرکز بنا کر کسی نصف قطر پر توسیع کر کہ کسی چوتھ نقطہ ق ب نقاط کرین
ملاؤ ب ق تو زاویہ ارب ق برابر ہوگا زاویہ س ب ق کے
(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بعد معلوم کیچو -



فرض کرو کہ ارب خط مستقیم معلوم ہوا اور س برابر فاصلہ معلوم کر ارب میں کسی دو نقطوں دایہ کی کو مرکز
مقرر کر کے اور نصف قطر برابر س کے مقبرہ کر کے توسیع کر کہ کسی چوتھ نقطہ ق ب اور خط مستقیم ق ح ان قوسوں کو
س کرنا ہوا کہ چوتھ ارب کا متوازی ق ح معلوم فاصلہ س پر ہوگا
(۴۳) ایک مثلث بناؤ جس کے تین ضلع برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہوں -
فرض کرو کہ ارب اھ س خطوط مستقیم معلوم ہیں -



ایک خط مستقیم دسی برابر ایک خط مستقیم معلوم کر کے کیچو مرکز دایہ نصف قطر برابر کے لیکر ایک قوس کیچو
اور مرکز ہی دایہ نصف قطر برابر س کو بنا کر دوسری قوس کیچو و فرض کر کہ یہ قوسین نقطہ ق
پر ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں ملاؤ د و ا و د ہی تو د ہی مثلث مطلوب ہوگا -

(۴۴) نقطہ مستقیم معلوم کا متوازی ایک مستقیم نکالو
 فرض کرو کہ نقطہ معلوم اوپر سے خط تقسیم معلوم ہو کوئی نقطہ
 خط س میں اور مرکز او نصف قطر اور ایک اترہ س
 کیجو جو س کو نقطہ ہی بر قطم کے اور وپڑی کیجو اور مرکز او نصف قطر اور پر ایک اترہ کیجو اور وتر
 دت پر اور وتر ہی کے کیجو اور ملا دت تو س کا متوازی اتن ہوگا۔

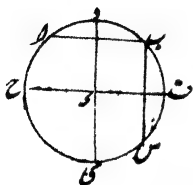
(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاویہ قائمہ بنا تا ہو ایک خط مستقیم معلوم جو او میں ہو قائم کرو
 فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم او پر ایک نقطہ معلوم س ہو
 کسی نقطہ کو با خط مستقیم س مرکز مقرر کر کے نصف قطر دس پر
 واقع کیجو جو خط تقسیم معلوم کو نقطہ س قطع کرے ی کو ملا کر خارج کر ملکہ محیط سے نقطہ ت پر ملے۔
 ملاؤ س ت تو س ت زاویہ قائمے او پر بنا ہوگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ سے جو او سے باہر ہو مرکز نکالو
 فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم او پر ایک نقطہ معلوم س ہو
 خط تقسیم معلوم او پر ایک کئی سے دو قطر وادری مقرر کر دو اور
 مرکز او نصف قطر دس پر ایک کیجو کیجو وپڑی کیجو اور نصف قطر ہی س پر دو سری تو س کیجو
 فرض کرو کہ یہ سین نقطہ ت پر تقاطع کرنی میں ملاؤ س ت تو س ت عمود او پر ہوگا۔

(۴۷) ایک خط تقسیم معلوم کو برابر حصوں میں تقسیم کرو
 فرض کرو کہ او خط تقسیم معلوم ہو اور او سکوپا چم
 برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔

نقطہ او کی کوئی خط تقسیم او سے کیجو ورنقطہ ت س کا متوازی
 خط تقسیم کیجو او سے کیجو برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم ہو ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو اور
 ب و د برابر طول برابر پہلو ہوں گے قطع کرو اور نقاط تقسیم ہو ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو

اور ۴ میں اور ۳ میں اور ۲ میں اور ۱ میں منطوق تقسیم کیجیو تو خطوط مستقیم و ب کو
پانچ براجھون میں تقسیم کریں گے۔



(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو
و تراب کینچو اور اسکو دی سی جوا پر زاو قائم بنا

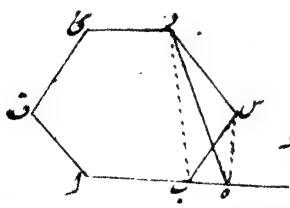
دو براجھون میں تقسیم کرو۔

تو دائرہ کا مرکز دی میں ہو گا۔

ایک در و تراب کینچو اور اسکو دو براجھون میں ایک خط مستقیم فتح سی جوا و سپر زاوے قائم بنا
تقسیم کرو تو مرکز دائرہ کا فتح میں ہو گا۔

پس دائرہ کا مرکز دی اور فتح کا نقطہ تقاطع تر ہو گا اس عمل سے بھی معلوم ہو تا ہے کہ تین
معلوم در و تراب و اس پر گزرتا ہوا دائرہ اس طرح کینچتا ہو۔

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم اوسکے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعوں کی
تعداد ایک کم ہو۔



فرض کرو کہ اب س دی کثیر الاضلاع معلوم ہو

ملاؤ ب و نقطہ س و ب و کا ستوازی ایک خط مستقیم نکالو

جوا ب محدودہ نقطہ پر ملے اور ملاؤ وہ تو

مربع (۴۹) کے مثلث ب س ن برابر مثلث ب ہ د اور ایسوا کثیر الاضلاع اب س دی کثیر الاضلاع

کثیر الاضلاع وہ دی ک کے یعنی ایسی کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہے اسی عمل کو بار بار

کثیر الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہیں۔

(۵۰) ایک خط تقسیم و ب اسنے طول کا وجہ میں عمل کے اندر آسانی ہو اور اسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط

و ب سے دس گنا ہو جائے اور اب کے برابر س اور دس دجاؤ اور یہ اسی خط کا کوئی خط

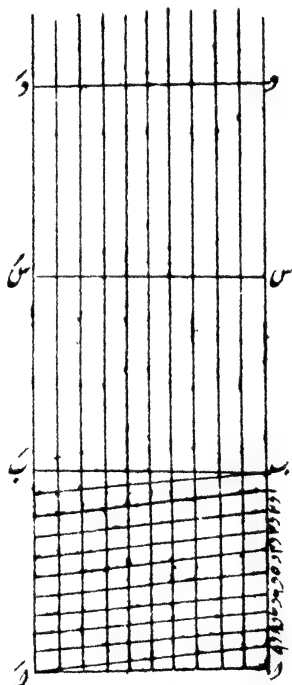
متوازی کیا اور اوپر ہی دس بعد اب اوپر دس اور دس ... برابر کیا اور اوپر اوپر
ب ب اوپر دس اور دس ملا اور اوپر کو دس برابر جو نہیں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط
متوازی اب کر کے اوپر کو دس برابر جو نہیں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴
۵ و ۶ و ۷ و ۸ کے نشان کرو اور اب کو دس برابر جو نہیں تقسیم کرو اور ب اور ب اور ب اور
کے نقاط تقسیم میں قطری خطوط متقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے ملاؤ جو متصل کے
ہو اور ا کو اوس نقطہ سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطہ کے ہو اور ا کو اوس نقطہ سے
ملاؤ جو دوسرے نقطہ کے متصل ہو اور علیٰ ذلہ القیاس۔

پس اب اسکیل بن گیا۔

اس بات کو سمجھو کہ کچھ ری اسکیل کی بنائی نہیں گئی اسلئے کہ صفحہ میں گنجائش نہیں تھی ایک حصہ کی شکل
بنائی جاوے اور اس آگ کا شکل میں نہیں بنایا۔ گو اگر آگ کو عود اب پر بنانے میں مگر یہ عودی ہونا
ضروری نہیں جب تک معلوم ہو میں تو اسکیل ان کو موافق خطوط تقسیم کیجئے میں۔ اور جب خطوط
متقیم معلوم ہو میں تو اسکیل سے اس کے طول معلوم کرتے ہیں۔

مثلاً فرض کرو کہ اب کو تعمیر کرنا چاہو ۵ و ۶ انچ طول کا خط کیچنا منطوق اب پر کار لو اور
ا کی ایک ساق کے سر کو دس برابر کر دو اور پھر ا کو اوجہ تک کہ دوسری ساق کا سر پہنچا
پس طول ۲ و ۶ انچ کا حاصل ہو گیا جو قریب قریب طویل کے برابر ہو کار کی ایک ساق کو دس
برس کر دو اور دوسری ساق کو اوس قطری خط پر جو پانچ سے حاصل کیا ہو پھر کو اوجہ ضرورت
کشا وہی کرتے جاؤ جب دوسا قون کے دو قسم سے اوس ایک خط پر کہ سا تو ان متوازی
رو کا جاوے اب میں تو فاصلہ میں ہو کار کے دو قسم سے ۵ و ۶ انچ کو تعمیر کر گیا۔
اب اگر اب بجای ایک انچ کے دس انچ کو تعمیر کرے تو فاصلہ جو ابی دیانت ہو ابی ۵ و ۶ کو تعمیر
اور اگر اب ۱۰ انچ کو تعمیر کر گیا فاصلہ نہ کرے ۵ و ۶ انچ کو تعمیر کر گیا۔
اب اگر ایک خط متقیم معلوم کا طول دو یا کیا جاوے تو پھر کار کو کو اگر اوسکی دوسا قون کو خط کے

انجام دے کر کہو اور پکار کی ایک ساق کے سر کو خط مستقیم ب و س میں و دو، پر اور دوسرے
سر کو قطری خط مستقیم پر کہو اور س پر کار کو دلائے جلتے کیوں جب تک کہ اون خطوط مستقیم میں سے
کو متوازی اور گہری کی ایک خط مستقیم پر دو نو ساقین آ جائیں تو اس کے طول معلوم ہو جائے گا مثلاً
فرض کرو کہ پکار کی ایک ساق س میں پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہے جو
ہ سے شروع ہوتا ہو اور دو نو سے اوٹھ پر میں جو پانچواں متوازی اب کا ہے تو
طول مطلوب ۵۵۱ گنا طول اب کا ہو گا۔



۱۵۱) یہی طریقہ ایسا آسان ہے جس سے چھ گنا قطر انا عشری ہو صورت میں فقط دس کے عدد کو ۱۲ سے
بیس اور پھر موافق سابق عمل کریں جس کیسے ہئے ۲۵۰ انچ طول کا خط مستقیم دریافت کیا تھا
اوس کیسے ہم مستقیم ۲ + ۵ = ۷ طول کا دریافت کر سکیے پس اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کرے گا تو

تو خط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جبکہ طول ۲ فٹ ۵۴ انچ ہو
اور ایسے ہی نصف (۵۰) بین جس بعد طول نیا لیا گیا ہو وہ اس کیل کے موافق اب سہ سو نہشت
جو ۱ + ۹ + ۱۱ + ۱۵ ایک نہشت کتا ہو اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کیے تو بعد افا ۱۱۴ انچ سے تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولوں کے بیان میں

چوتھی فصل پیمانے طولانی

(۵۲) غالباً طالب علم طولانی پیمانے واقف ہوگا مگر احتیاطاً او کو ہم بیان لکھ دیتے ہیں

۱۲ انچ کا ایک فٹ

۳ فٹ کا ایک گز

۶ فٹ کا ایک فیدم

۱۴ فٹ کا یعنی ۵ گز کا ایک پول یا ایک ڈو

۴۰ پول کا ایک فرلنگ

۸ فرلنگ کا ایک سیل

اس سے یہ نتائج حاصل ہوتے ہیں

انچ	فٹ	گز	پول	فرلنگ	سیل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶	۵	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کی ناپنے کی سطر گنٹر صاحب کی جریب بڑا رواج ہوا ہے جریب ۲ گز کی ہوتی ہے اور
سوبرا کرٹھان او میں ہوتی ہیں سہوٹا ۱۱ اونچن سے ہر ایک طول ۲۲ گز ہوتا ہے یعنی ۱۹۲۲ انچ کا
یس ۵ گز کو ایک پول ہوتا ہے اور اجریو نکھایا... اگر کوئی ایک فرلنگ ورنہ جریب ۸۰۰۰
گز کو ایک سیل ہوتا ہے ہندوستانی جریب میں ۲۰ گٹھے ہوتے ہیں اور ہر گٹھ میں ۳ گز ہوتے ہیں

(۵۳)

پانچمین فصل مشت قائم الراویہ

(۵۳) مشت قائم الراویہ جو تین خطوط مستقیم سے بنتا ہے اور تین اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہو سکتا ہے اس طول کو دریافت کرنے کے واسطے ہم جو قاعدے بیان کر چکے وہ دفعہ (۳۲) کی شکل نظری پر موقوف ہیں اور اس طلب کو پہلے اور زیادہ صفا فی سے بیان کر چکے

(۵۴) مشت قائم الراویہ کے دو ضلع معلوم ہیں وتر دریافت کرو
قاعدہ ضلعوں کے مربعوں کو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو

(۵۴) مثالیں

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ -

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ اور ۶۴ + ۳۶ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے پس وتر ۱۰ فیٹ ہے۔

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے۔

۲ فیٹ ۲۴ انچ کے ہیں اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ + ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے۔

(۵۵) مثال ۲ میں ایک ضلع ٹھونین بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچونین ذکر دریافت کر نیکیے قاعدے کو چھپے عمل میں لا پہلے فٹوں کے انچ بنائے کہ دونوں ضلع ہمجنس بن جائیں اسی طرح تمام مساحت میں یہ ضرور ہے کہ جتنے طول معلوم ہوں ان سب کو ہمجنس بنالین یعنی تجنیس ل و ن میں کرنی ضرور ہے یہ ٹکوا اختیار ہے کہ ہم تمام طولوں کو انچونین میں تعبیر کریں یا فٹوں میں تعبیر کریں یا گزوں یا سیلوینین غرض جس میں چاہیں مگر یہ نہیں کرنا چاہیے کہ ایک طول ایک پیمانے میں اور دوسرا طول دوسرے پیمانے میں تعبیر ہو سب کا ہمجنس کرنا ضرور ہے۔

(۵۸) دفعہ (۵۶) میں جو دو مثالیں مل ہوئی ہیں ان میں پورا پورا جذر نکلا ہے اسلئے وتر کا طول بھی

ٹیک ٹیک دریافت ہو گیا مگر یہی ہوتا ہے کہ جذر پورا نہیں نکلتا ایسی حالت میں مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہیں۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۴ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۴ فیٹ ۸ انچ ہے۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

$$\begin{array}{r} ۲۹۲۰ : ۵۱۶۲ \\ ۱۰۱۱ \overline{) ۱۰۱۱۰} \\ ۱۰۱۱ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۱۰۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۲۰۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۱۰۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۲۰۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۵۱۱۶ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۲ \\ ۳۲ \\ ۱۶۰۰ \\ ۱۶۰۰ \\ ۱۶۰۰ \\ ۲۶۲۴ \\ ۱۰۲۴ \end{array}$$

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کریں تو تقریباً ۵۱۶۲ انچ ہوگا

(۳) ایک ضلع ۴ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ضلع ۴ فیٹ ۸ انچ ہے۔

۱۶۲ = ۳۶ فیٹ

$$\begin{array}{r} ۱۸۶۴ : ۳۳۲ \\ ۱۶ \overline{) ۱۸۶۴} \\ ۱۶ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۲۲۹ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۱۶۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۱۶۲۲ \overline{) ۰۰۰۰} \\ ۵۶۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۶۴ \\ ۳۶۴ \\ ۲۱۶ \\ ۱۰۸ \\ ۱۲۹۶ \\ ۵۶۴ \\ ۱۸۶۴ \end{array}$$

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کریں تو تقریباً ۳۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر

قریب نکالنا منظور ہوگا ۳۳۲ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہو دوسرا ضلع دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع میں سے ضلع کا مربع تفریق کر دو حاصل تفریق کا جذر نکالو یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو۔

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۶ فیٹ ہے۔

مربعہ ۱۰۰ کا ۱۰۰ مربع ۶ کا ۶ کو ۱۰۰ میں سے تفریق کر دو تو ۳۶ حاصل ہوئے گا ۳۶ کا جذر ۶ ہے اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہے۔

یا اس طرح سے کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۶ اور ان کا تفاوت ۴ ہے اور ۱۶ کا حاصل ضرب ۶۴ ہے اور ۶۴ کا جذر ۸ ہے۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہے۔

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ کو ۶۷۶ میں سے تفریق کر دو تو حاصل تفریق ۵۷۶ ہو گا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہے۔

یا اس طرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ اور ان کا فرق ۱۶ ہے اور ۳۶ کا حاصل ضرب ۵۷۶ ہے اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے۔

(۶۲) دفعہ ۴۰ کے قاعدہ کی دو صورتیں بیان کیں اول صورت کا تعلق دفعہ ۵۵ سے ظاہر معلوم ہوتا ہے اور دوسری صورت اس کی ایسی ہے کہ اس سے عمل زمین سانی اور تسطیل ہوتی ہے اور کچھ تھوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہے۔

(۶۳) دفعہ ۶۱ کی دو مثالوں میں پورا پورا جذر دریافت ہو گیا اور اسی سبب سے ضلع کا طول ٹھیک ٹھیک معلوم ہو گیا لیکن یہ بھی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہیں نکلتا تو اس صورت میں جذر کا عمل جتنے مرتبہ کی اعشاریہ تک چاہیں جاری رکھیں اس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہو جائے گی۔

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہے۔

$$\begin{array}{r}
 ۲۴۵۰۰ : ۰۰۰۰۰۰ \\
 ۲۴۵ \overline{) ۲۴۵۰۰} \\
 \underline{۱۲۵} \\
 ۳۰۹۳۰۰۰ \\
 \underline{۱۸۳۶} \\
 ۳۱۲۵۱۴۰۰ \\
 \underline{۱۵۶۲۵}
 \end{array}$$

$$۱ \text{ فٹ } ۹ \text{ انچ } = ۲۱ \text{ انچ}$$

$$۳۵ = ۱۲ + ۲۱$$

$$۷ = ۱۲ - ۵$$

$$۲۳۵ = ۷ \times ۳۵$$

ابا گردی مرتبہ تک عشریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۲۳۵۰۰۰ معلوم ہوگا
 (۲) وتر ۳۵۰ گز اور ایک ضلع ۳۵۰ فٹ ہے
 ۲۳۵ گز = ۱۷۱ فٹ

$$\begin{array}{r}
 ۵۳۵ : ۰۰۰۰۰۰ \\
 ۲۹ \overline{) ۱۳۳۵۰۰} \\
 \underline{۲۲۹} \\
 ۱۳۴۵۰۰۰ \\
 \underline{۷۳۲۵} \\
 ۲۷۵
 \end{array}$$

$$۱۱۵۵ = ۳۳۲ + ۸۲۳$$

$$۳۷۷ = ۳۳۲ - ۸۲۳$$

$$۱۱۵۵$$

$$۳۷۷$$

$$۸۰۵$$

$$۲۷۵$$

$$۵۳۵$$

پس اگر عمل وہی مرتبہ کی اعشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۳۵۰ فٹ معلوم ہوگا۔
 (۴۵) اب ہم چند مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جن کا حل ان قواعد و نبرہ سو قوت ہے
 (۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۸۰۰ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۸۰۰ فٹ ہے
 وتر اور دوسرے ضلع دریافت کرو

بوجیب فقہ (۴۰) وتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۸۰۰ کا مربع ہے
 اس واسطے اگر ۸۰۰ کے مربع کو ۵۰۰ بقتیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے ضلع کا فرق
 ہوگا اس طرح سے ہو کہ وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔

پس وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۰۰ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے ان کو جمع کر کے ۲ بقتیم کرو تو
 ۳۳۳ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا ۵۰۰ میں سے ۳۳۳ کو تفریق کرو تو ۱۶۷
 حاصل ہونگے یہ دوسرے ضلع ہوگا۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہو اور اس کا ارتفاع دریافت کرو

فرض کرو کہ وہ اس مثلث اور اس کا ارتفاع ہی تو سن

وہ کہ دو برابر جھونپٹیں تقسیم کر گیا اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$



تو دفعہ (۶۰) کے دوسرے قاعدہ کے بموجب سن کو دریافت کرتے ہیں

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ اور } \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

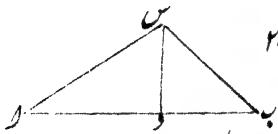
اب $\frac{3}{8}$ کا جذر برابر ہے $\frac{1}{2}$ جذر ۳ اور $\frac{1}{2}$ کا جذر پورا پورا نہیں باقی ہو سکتا اگر تین مرتبہ کی اعشاریات

کت جذر نکالیں تو ۳۳۲ حاصل ہونگے اور نصف اس کا ۱۶۶ فیٹ ہے

پس ارتفاع کا طول تقریباً ۱۶۶ فیٹ ہے

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہو دوسرا

ضلع دریافت کرو۔



فرض کرو کہ وہ $ا-ب = ۵۶$ اور $س-ا = ۱۵$ اور $ب-س = ۲۵$

بموجب دفعہ (۶۰) کے ہم $ا-ب$ کو دریافت کرتے ہیں کہ

$$۱۵ + ۲۵ = ۴۰ \text{ اور } ۴۰ - ۱۵ = ۲۵ \quad ۲۵ \times ۱۰ = ۲۵۰ \quad ۲۵۰ \div ۴۰ = ۶.۲۵ \text{ کا جذر } ۲.۵$$

پس $ب-س = ۲۰$ اسی واسطے $۲۰ - ۵۶ = -۳۶$

بموجب دفعہ (۵۵) کے اس کو دریافت کرتے ہیں کہ ۳۶ کا مربع ۱۲۹۶ ہو اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہے

اور ۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہو اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہے پس $ا-س = ۳۹$

پانچویں فصل کی مثالیں

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۵۳۲ فیٹ ۱۶۵ فیٹ $(۲) ۵۸۴$ فیٹ ۲۹۳ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) نصف میل اور ۳۴ گز ۱ فٹ

- ان مثلثات قائم الزاویہ میں در فوٹوئین مرتبہ کی اعشاریہ کتا ضلع معلوم فصلانہ میل سے دریافت کرو
 (۵) ۳۳۲ فٹ ۳۳۵ (۶) ۳۹۵ فٹ ۳۸۷ فٹ
 (۷) ۳۱۴ فٹ ۳۲۸ فٹ ۹ انچ (۸) چوتھائی میل ۴۲۷ فٹ ۲ گز
 ان قائم الزاویہ مثلثوں میں در معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو۔
 (۹) ۲۲۵ فٹ ۴۳۲ فٹ (۱۰) ۱۴۱۷ فٹ ۱۴۲۰۸ فٹ
 (۱۱) ۲۶۹ فٹ ۵ انچ ۲۵۰ فٹ ۸ انچ (۱۲) ۳۳۸ گز ۱ فٹ اور ایک فرنگ
 ان قائم الزاویہ مثلثوں میں معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع معلوم فوٹوئین مرتبہ کی اعشاریہ کتا یافت کرو
 (۱۳) ۴۳۷ فٹ ۴۳۱ فٹ (۱۴) ۴۹۸۷ فٹ ۳۷۵ فٹ
 (۱۵) ۴۳۲ فٹ ۴ انچ ۲۷۴ فٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرنگ اور ۱۷ گز ۲ فٹ
 (۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۲۷۲ فٹ ۱۲۸۱۵ فٹ اور قطع ۱۱۳۸۳ فٹ ہیں بعد کے حصہ کو دریافت کرو
 (۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فٹ اور وتر اور دوسرا ضلع کا فرق ۷۲۵ فٹ ہی
 وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔
 (۱۹) ایک نینہ ۲۵ فٹ لنباسید ہا ایک دیوار کے برابر کھڑی ہو تو بتاؤ زینہ کو کتنا دے سر کاٹین
 کہ زینہ کا سر دیوار سے ایک فٹ نیچے اوتر آئے۔
 (۲۰) ایک نینہ ۴۰ فٹ لنباسید ۲۴ فٹ بلند کھڑکی پر بار کے ایک طرف سکانات پر پختا ہو اگر زینہ
 پلٹ کر دوسری طرف بار کے سکانات پر لگائیں تو وہ ۳۲ فٹ بلند کھڑکی تک پختا ہو تو
 بازار کا عرض دریافت کرو۔
 (۲۱) ایک مکان ۴۴ فٹ فاصلہ پر ایک نینہ کے پیر میں اور سراسر اسکا مکان کی ۴۸ فٹ بلندی کا
 زمین سے اونچا لگا ہوا چوبیس نینہ کو اس کے پیر و نیر اولٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو
 مکان کی ۴۰ فٹ بلندی پر زمین سے سراسر اسکا چار لگایا تو بازار کا عرض بتاؤ
 (۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ۵ اس کے قطر کی مقدار دے تیرہ کی اعشاریہ کتا دریافت کرو

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہو اور اس کا قطر دریافت کرو
(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۴۹ فیٹ ہو اور مرکز سے جو عمود تر پٹخا لایا گیا ۱۷ فیٹ ہو تو
گو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل میں کچھ متصل ضلعوں پر ایک متیابی ہوئی ہو مستطیل کا ایک ضلع ۹۹ از اور دوسرا ۴۸ از ہو
بتاؤ اس کے قطر میں بجائیں تو ضلع میں چلنے کی نسبت کتنے فاصلہ طے کرنے سے بچینگے۔
(۲۶) ایک چمٹ ۲۸ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہو اور ہر ایک طرف کی سلامی ۷ فیٹ ہو تو بتاؤ
چمٹ کی سلامی کا کنارہ کتنا اونچا اوتی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہو اس کے گرد جو دائرہ بنایا جائے اس کا نصف قطر کیا ہوگا۔
(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو اور میں جو مربع بنایا جائے اس کا ضلع دریافت کرو
(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو تو بتاؤ ۱۰ فیٹ کو تر مرکز سے جو عمود نکالیں اس کا طول کیا ہوگا
(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو تو جس تر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۳ انچ کا ہو اس کا طول دریافت کرو۔
(۳۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہو اور پانچ نقاط تقسیم سے خطوط تقسیم زاوے قائم
بناتے ہوئے محیط تک کیجے گئے ہن طول ان خطوط کا انجون میں تین مرتبہ کی انشائیہ تک
دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو۔

(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہو اس دائرہ
کا ماس نکالا گیا ہو تو اس خط تقسیم کا طول دریافت کرو۔

چھٹی فصل اشکال متشابه

(۶۶) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ق دو متشابه مثلث ہیں تو بموجب فہ (۳۴) ا ب کو ب س
سے وہ نسبت ہوگی جو د ی کو ی ق سے



ب س اور د ی کو ی ق سے وہ نسبت ہوگی جو د ی کو ی ق سے

ضلع ہی دریافت ہو سکتا ہے اس ضلع کے دریافت کرنا عمل مثل تناسب اربعہ متناسبہ کے ہوگا
(۶۷) متالین

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب = ۶ اور د = ۷

توی ف : ۵ :: ۶ : ۷

$$\frac{۶}{۷} = \frac{۴۲}{۴۹} = \frac{۴۲}{۴۹} = \frac{۴۲}{۴۹}$$

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور د = ۷

توی ف : ۵ :: ۴ : ۷

$$\frac{۴}{۷} = \frac{۲۸}{۴۹} = \frac{۲۸}{۴۹} = \frac{۲۸}{۴۹}$$

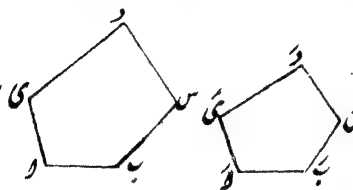
(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات میں متشابہ مثلثوں اکثر کلام پڑتا ہے مثلاً دفعہ (۶۵) میں
ہم نے بیان کیا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اور اس کا ارتفاع ۸۶۶ فٹ ہو۔
اب یہ متناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع میں ہوگا پس اگر مثلث متساوی
الاضلاع کا ضلع ۵ فٹ ہو تو ارتفاع ۸۶۶ x ۵ = ۴۳۳۰ فٹ ہوگا دفعہ (۶۹) کی شکل میں بیان کیا ہے
کہ مثلث اسی داؤب ہی اس متشابہ میں اور ہی ۵ کو ہی دے وہ نسبت ہی ہوگی اس کو ہے
اسی سے اس سے معلوم ہوتا ہے کہ سلسلہ متناسب کے موافق حاصل ضرب ہی اور ہی اب کا برابر
ہے حاصل ضرب ہی اس اور ہی کے یہ دائرہ کا ایک خاصہ ہے اور قابل یاد رکھنے کے ہے
اور بہت بکار آمد ہے۔

(۶۹) متشابہ مثلثوں کی اعانت سے ہم ارتفاع کسی شی کا اور اس کے سایہ کو یا سائش کر کے دریافت
کر سکتے ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین ۴ فٹ اونچی
لکڑی ہوئی ہو اور اس کا سایہ ۴ فٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فٹ اور وقت
پڑتا تھا تو ہم متناسب درخت کا ارتفاع دریافت کر سکتے ہیں کہ
۴ : ۴ :: ۵۲ : ارتفاع

پس ارتفاع = $\frac{۲ \times ۵}{۴}$ میٹ یعنی ۳ میٹ

(۷) متشابه مثلثوں خود بخود خیال متشابه متقیقہ الاضلاع میں کی طرف جاتا ہے متشابه متقیقہ الاضلاع وہ ہیں جنکے زاویہ متناظرہ آپس میں برابر ہوں اور انکے گردے کے اضلاع متناسب ہوں

(۸) مثلاً دو پانچ ضلع کی شکلوں اربس دی اور اربس دی میں زاویہ اربس اور س اور س اور س برابر ہوں زاویوں اربس اور س اور س اور س کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع ان زاویوں کے متناسب ہوں یعنی اربس کو

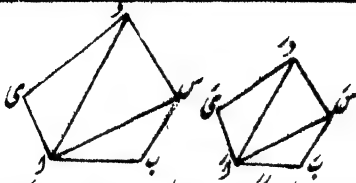


ب س سے وہ نسبت ہو جو اربس کو ب س سے اور ب س کو س سے وہ نسبت ہو جو ب س کو س سے اور علیٰ ذلک القیاس یہ دونوں مثلثیں برابر ہوں گی۔

(۹) اشکال متقیقہ الاضلاع کے متشابه ہونے کے واسطے دو خاصیتوں کا بیان ہوا یعنی مساوات زاویوں کی اور متناسب ہونا اضلاع کا

نظریات ہندسیہ ثابت ہو کر اگر نشانوں میں ان خاصیتوں میں ایک خاصیت ہو تو ضرور دوسری خاصیت ہی پائی جائے اور علیات میں یہی بات کا ثابت کرنا کچھ مشکل نہیں اور وہ طرح ہوتا ہے کہ دو کاغذ کی سطح کے دو لکیریں کی ضلع دو چند یا سہ چند دو کسر مثلث کے اضلاع ہی ہوں تو ان میں امر ظاہر معلوم ہو گا کہ زاویے متناظرہ آپس میں برابر ہوں یعنی نظیر کے جن زاویوں کو منطبق ایک دوسرے کے وہ بالکل منطبق ہو جائیں گے اور ان اشکال متقیقہ الاضلاع میں جنکے ضلع ہر یک زیادہ ہیں ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جاسکتی ہے مثلاً مربع اور مستطیل کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں مگر انکے اضلاع متناسب نہیں ہوتے اب مربع اور مربع اور تو انکے اضلاع متناسب دریاں زاویے ایک شکل کے برابر دوسری شکل کے زاویوں کے نہیں ہوتے

(۱۰) متشابه اشکال متقیقہ الاضلاع ہمیشہ تساوی التعداد متشابه مثلثوں میں تقسیم ہو سکتے ہیں مثلاً خطوط تقسیم س و اور د اور س و اور د کے



کسی خط سے دو فیصد (۱) کو باقی بچنے
کی شکل نمونہ ترین زعم متشابہ ثلثوں
میں تقسیم کر سکتے ہیں

(۷۴) دفعہ (۶۶) میں جو متشابہ ثلثوں کی نسبت بیان کیا گیا وہ اوپر اشکال مستقیمہ الاضلاع کی نسبت ہی
بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط تقسیم ایک شکل میں معلوم ہوں اور ان کی نظیر کا خط دوسری شکل میں
معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط تقسیم قاعدہ تا سبک سوا فوق دریافت ہو سکتا ہے۔

(۷۵) متشابہ مثلین جو یہ خطوط تقسیم و اقاطہ ہوئی ہیں ان کی خطوط مخفی سے محدود ہو سکتی ہیں۔
مثلاً دو نقشے مختلف طول و عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کریں تو دو نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشہ زمین
اک ایک پیم کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے میں پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک
نقشے میں ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے میں دو چند ہوگا۔

(۷۶) متشابہ ہونے کا مفہوم اس تعریف خوب ہے میں مجھے جاتا ہے کہ متشابہ مثلین میں جنکی سمتیں
متماثل ہوں یعنی ایک ہی ہوں اگر ان کا طول و عرض مختلف ہو تا مگر متشابہ مثلین ہیں۔

(۷۷) اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں جنکا حل اشکال متشابہ ہونے پر موقوف ہے۔

(۱) دفعہ (۳۳) کی شکل میں فرض کرو کہ $ری = ۲$ انچ اور $اس = ۲$ انچ

اور $ری = ۱$ انچ $اس$ کو دریافت کرو

$$۲ : ۱ :: ۲ : اس$$

$$اس = \frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲$$

$$اس = ۲$$

(۲) مثال گذشتہ میں خطوط مستقیمہ اور اور $ری$ کی نسبت دریافت کرو

چونکہ $ری = ۲$ اور $ری = ۱$ اور کسی خط کہ تقسیم مثلاً $ری$ کو اپنی نظیر کے خط تقسیم $ری$ سے دو نسبت

جو ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے

(۳) دفعہ (۳۷) کی شکل میں اگر $b = 15$ اور $d = 12$ تو b کو دریافت کرو

مثلت b اور d متشابه ہیں تو

$$b : 15 :: 12 : b$$

$$b^2 = 15 \times 12 = 180$$

$$b = \sqrt{180} = 13.416$$

(۴) اگر b اور d ایک ذوزنقہ ہوا ضلع متوازیہ b اور d میں فاصلہ h ہے۔

$$b = 10 \text{ فینٹ اور } d = 4 \text{ فینٹ}$$

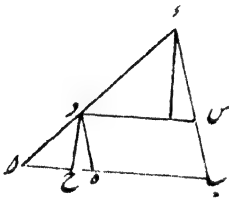
فرمان کرو کہ b اور d کے نقطہ رکن بڑھائے گئے ہیں اب طول h کا فاصلہ عمودی d سے دریافت کریں۔

وجہ عمود b پر کھالو اور b کا متوازی وہ کھالو

$$b = 10 \text{ اور } d = 4 \text{ پس } h = 10 - 4 = 6$$

مثلت b اور d متشابه ہیں۔

اسی واسطے بموجب دفعہ (۳۵) کے۔



$$b : d :: h : h$$

$$b^2 = d \times h = 4 \times 6 = 24$$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ (۳۷) کی شکل میں $b = 5$ اور $d = 4$ تو b کو دریافت کرو۔

(۲) مثالت متساوی الاضلاع کا ایک ضلع h فینٹ h اور a کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۳) ایک آدمی کا قد h فینٹ تھا جب سیدھا کھڑا ہوا تو اس کا سایہ h فینٹ h کا پڑا اور اب وقت ایک

جھنڈی کا سایہ h فینٹ h کا پڑا تھا تو اس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو

(۴) h فینٹ لمبی لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا تو اس کا سایہ h فینٹ h کا پڑا تو b کو

فیث بلند ملی کا سایہ کتنا بڑھ گیا۔
 رد کسی نقشے میں ایک میل کا پیمانہ ایک ٹھوان انچ ہو اور ملک طول ... میل ہی تو بتاؤ اس
 کا طول کیا ہوگا۔

(۶) دو شہروں میں اسل کا فاصلہ ہو اور نقشہ میں ان کے مقامات کے درمیان ۷ انچ فاصلہ ہو
 بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا ہے۔

(۷) دو شہروں میں ۴ میل کا فاصلہ ہو اور نقشہ کے اندر ان کے مقاموں کے درمیان میں ۶ انچ اور
 دو اور شہروں کے مقامات کے درمیان ۱۶ انچ کا تو بتاؤ ان شہروں کے درمیان کتنا فاصلہ ہے۔

(۸) دفعہ (۳۶) کی شکل میں اگر $s = ۲۰$ انچ اور $d = ۱۶$ اور $b = ۶$ تو b کو دریافت کرو۔

(۹) دفعہ (۳۶) کی شکل میں اگر $d = ۸$ انچ اور $d = ۱۶$ اور $b = ۳$ تو b کو دریافت کرو۔

(۱۰) دفعہ (۳۶) کی شکل میں اگر $d = ۱۰$ اور $b = ۲$ تو d کو دریافت کرو۔

(۱۱) ایک ذریعہ نقطہ کے ضلع تنازیہ ۱۶ اور فیث ہوں اور فاصلہ عمودی اس کے درمیان ۲۵ ہو اور دہائی
 ضلعے بڑھا کر ملا جائیں تو ملاک نقطہ کا فاصلہ عمودی ضلع تنازیہ میں بڑھ کر ضلع عمودی ۳۰
 ہوگا۔

(۱۲) ایک ذریعہ ضلع تنازیہ میں اور خط طول فیث اور افیت ہر اگر خط وسط تنازیہ ان ضلعوں
 کی شکل کے اندر یکے پر جائیں اور یہ چاروں خط باہم مساوی العجب ہوں تو ان خطوں کا طول دریافت کرو۔

ساتویں فصل اوتار دائرہ

(۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر ab ہو اور مرکز c ہو اور cd عمود ab پر اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ e



پر ملتا ہو تو وتر ab کا نقطہ وسط d ہو اور قوس ae یا b کا

نقطہ وسط e ہو قوس کا وتر ab ہو اور نصف قوس کا

وتر ae یا b ہو اور قوس کا ارتفاع de ہو۔

(۹) e یا s کو بڑھا کر محیط نقطہ f پر ملاؤ تو موجدیہ (۳۳) زاویہ ae قائم ہو اس معلوم

کہ موجدیہ (۳۳) مثلث ae اور cf درمیان میں اس لیے ae کو ae سے وہ نسبت ہو

جو سی ر کو ہی سی ف سے اس بواسطہ

ی د . سی ف = سی ا د سی ا و

اور نیز بموجب دفعہ (۶۸) کے

ی د د ف = ا د د ب

اس باب میں فقط انہیں بٹے نتیجہ نکا ذکر ہو سارا باب و نمبر کے استعمال سے بہرہ اڑا ہی ہم آسانی کے لئے ان دونوں نتیجوں کو قاعدہ بنا کے لکھتے ہیں مگر جو شخص ان نتائج کو سمجھ گیا ہو اس کو ان قاعدوں کا حفظ کرنا ضرور نہیں۔

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہو دائرہ کا قطر دریافت کرو
قاعدہ۔ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو و خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا۔
(۸۱) مثالیں۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ

$$\frac{12 \times 12}{4} = 36 \text{ پس قطر دائرہ } 24 \text{ انچ ہو}$$

(۲) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ۴ انچ ہو اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہو۔

$$\frac{4 \times 4}{4} = 4 \times 4 = 16 \text{ پس قطر } 12 \text{ فیٹ ہو۔}$$

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہو قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

قاعدہ۔ وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو و خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا۔

(۸۳) مثالیں

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو اور قطر دائرہ کا ۲۴ انچ ہو

$$\frac{12 \times 12}{24} = 6 \text{ پس ارتفاع قوس } 4 \text{ انچ ہو}$$

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہو اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہو۔

$$\frac{4 \times 4}{12} = \frac{16}{12} = 1 \frac{1}{3} \text{ پس ارتفاع قوس } 1 \frac{1}{3} \text{ فیٹ ہو۔}$$

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو
قاعدہ - دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس امین ضرب و حاصل ضرب جذ نصف قوس کا وتر ہوگا
(۸۵) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴۲ انچ ہو اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہو۔

$۳۶ \times ۴۲ = ۱۵۱۲$ اور ۱۲ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو۔

(۲) قوس کا ارتفاع $\frac{۱۱}{۲}$ فیٹ ہو اور دائرہ کا قطر $\frac{۱۲}{۲}$ فیٹ ہو۔

$\frac{۱۲}{۲} \times \frac{۱۱}{۲} = ۱۶۵$ اور ۱۶۵ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر $\frac{۱۲}{۲}$ فیٹ ہو۔

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہیں دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

قاعدہ - نصف وتر کے ہم کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا پس
خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

(۸۷) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہو۔

$\frac{۸}{۲} \times ۲ = ۸$ پس قطر کا باقی حصہ فیٹ ہو اور اس واسطے قطر ۱۰ فیٹ ہو۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۲ فیٹ۔

$\frac{۲۱}{۲} \times ۲ = ۱۱$ اور $۱۱ + ۲ = ۱۳$ پس قطر کا باقی حصہ ۱۳ فیٹ ہو۔

اس واسطے قطر $۱۳ + ۲ = ۱۵$ فیٹ ہو۔

(۸۸) اسباب و باب پنجمین جو قاعدے بیان ہوئے ہیں انکی استعانت مختلف سوالات

دفعہ (۸۷) کی شکل سے متعلق ہم حل کر کے نمونہ کے طور پر دکھاتے ہیں۔



(۸۹) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہاں ہی دائرہ میں ق معلوم ہونے سے وقت معلوم ہوگا۔

اس واسطے مجموعہ دفعہ (۸۶) کے دو معلوم ہو جائیگا۔

(۹۰) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی۔

بیان می د = ۹ اور د = ۱۶ اس واسطے کہ د کا مربع = $۱۶ \times ۹ = ۱۴۴$

لپس د = ۱۲ فیٹ اس واسطے کہ د = ۲۴ فیٹ

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہی۔

بیان می د = ۲ اور د = ۸ اس واسطے کہ د کا مربع = $۸ \times ۲ = ۱۶$

د = ۴ فیٹ اس واسطے کہ د = ۸ فیٹ

(۱۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع دریافت کرو۔

بیان قطر معلوم کا نصف اس اور وتر معلوم کا نصف د معلوم ہیں۔

اول موافق دفعہ (۶) کے سن دریافت کرو اور اس کو س می لین سے تفریق کرو تو د می دریافت ہو جائیگا۔

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہی۔

بیان اس = $\frac{1}{2} \times ۲۴$ فیٹ اور د = ۱۲ فیٹ $\frac{1}{2} \times ۲۴ = ۱۲ + \frac{1}{2} \times ۱۲ = ۱۲ - \frac{1}{2} \times ۱۲ = \frac{1}{2} \times ۱۲$ اور $\frac{1}{2} \times ۱۲$ کا جذر $\frac{1}{2} \times ۱۲$ ہی یعنی $\frac{1}{2} \times ۱۲$ اور $\frac{1}{2} \times ۱۲ - \frac{1}{2} \times ۱۲ = ۰$ د می = ۹ فیٹ

(۲) قوس کا وتر ۵ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ

بیان اس = ۵ فیٹ اور د = ۴ فیٹ

 $۵ + ۴ = ۹$ اور $۵ - ۴ = ۱$ اور ۹ کا جذر ۳ ہی اور $۳ - ۱ = ۲$

اس واسطے د می = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

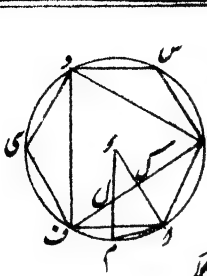
(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہو۔
 بموجب دفعہ (۸۳) کے $سی د = ۴$ اور بموجب (۶۰) کے $د = ۱۲۸$ کا جذر ہو۔
 اس معلوم ہوتا ہو کہ $د = ۳۱۴$ تقریباً اسی واسطے $ارب = ۲۲۵۹۲۸$ تقریباً پس قوس کا وتر
 ۲۲۵۹۲۸ انچ ہے تقریباً

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہو
 دفعہ (۸۳) کی طرح یہاں $سی د = ۱۶$ اور دفعہ (۶۰) کے موافق $د = ۱۶$ یعنی ۱۶ کا جذر ہو
 اسی واسطے $د = ۱۲۸$ کے جذر کی ۱۶ ہر اب عشریہ کے تین مرتبہ تک عمل کرنے سے $د = ۳۱۴$ اور اسی واسطے
 $ارب = ۲۲۵۹۲۸$ پس وتر قوس تقریباً ۲۲۵۹۲۸ فیٹ ہو۔
 (۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہین قطر دائرہ دریافت کرو کہ
 اب یہاں $د$ اور $سی$ معلوم ہین دفعہ (۶۰) کے موافق $سی$ کو معلوم کر کے $سی$ کو موافق دفعہ (۸۳) دیا
 (۹۸) مثالین -

(۱) قوس کا وتر ۲۸ انچ ہو اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہو پس
 یہاں $د = ۲۴$ اور $سی = ۲۶$ پس دفعہ (۶۰) کے موافق $سی د = ۱۰$ حاصل ہوتا ہو
 اب موافق دفعہ (۸۰) کے $سی د = ۲۶ \times ۲۶ = ۶۷۶$
 پس دائرہ کا قطر ۶۷۶ ہو۔

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہو اور نصف قوس کا وتر ۵۰ انچ ہو۔
 یہاں $د = ۱۰$ اور $سی = ۵۰$ پس افق دفعہ (۶۰) کے $سی د = ۲۵$ اور کا جذر عشریہ چار مرتبہ نکالو
 تو $سی د = ۳۰۱۵$ کے حاصل ہو گا اور بموجب دفعہ (۸۰) کے $سی د = \frac{۳۰۱۵ \times ۳۰۱۵}{۱۰}$
 اس معلوم ہوتا ہو کہ $سی د = ۲۴۴۳۷۵$ تقریباً
 پس قطر دائرہ ۲۴۴۳۷۵ انچ تقریباً ہو۔

(۹۹) بطور شق کے ہم ثابت کیا وہی الاصلاع اور بارہ ضلع کی کثیر الاضلاع منتظم کو دورہ مین اور الاصلاع کا



ایک دائرہ کیچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر اب اور ب اس
اور سن ... وتر کیچین تو ایسے چوتھ برابر دائرہ کے کل محیط میں
سمائیکے یا اوسکویون بیان کرو کہ اگر دائرہ کے اندر سن منتظم
بنائیں تو اوسکا ضلع نصف قطر دائرہ کی برابر ہوگا
خطوط مستقیم ب اور ب و اور ق کیچین شش متساوی الاضلاع بنیگا۔
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہو اور ب کا معلوم کرنا منظور ہے۔ یہ دفعہ (۹۵) کی

۱۔ ایک مثال ہے۔
فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ہر و کیچو کہ ب ق کو نقطہ کل قطع کرے
ہو کہ معلوم ہے کہ ایک = $\frac{1}{4}$ پس $\frac{1}{4}$ کا جذر ہر یعنی جذر $\frac{1}{4}$ کا $\frac{1}{2}$ اسی واسطے ب ق کا جذر ہے
اگر اعشاریہ کے ساتھ مرتبہ تک عمل کریں تو ب ق = ۰.۵۰۸۳۲۰۱۱ انچ حاصل ہوگا
اب یہ فرض کرو کہ ول عمود اوق پر ہو اور اوس عمود کو بڑا کر محیط سے نقطہ م پر ملاؤ اور ارم وصل کرو
تو ارم اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ میں بنائی جائے ارم کا حساب دفعہ (۹۳)
کے موافق کر سکتے ہیں۔

ول = $\frac{1}{4}$ اور ول = ۱ پس ول = $\frac{1}{4}$ جذر ۳ کے = ۰.۲۵۴۶۸۹

اسی واسطے ل = ۳۳۹.۷۲۶۱۱ پس ارم = ۲۶۷.۹۴۲۴۲ کا جذر یعنی ۰.۵۱۷۱۱ تقریباً ہے پس جو
بارہ ضلع کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جائے اوسکا ضلع ۰.۵۱۷۱۱ انچ تقریباً ہے

ساتویں فصل کی مثالین

- (۱) ارتفاع ۱۵ انچ ہر اور وتر نصف قوس ۴۰ فیٹ ہے قطر دریافت کرو
- (۲) ارتفاع قوس ۲۵ فیٹ ہر اور نصف قوس کل وتر ۱۵ فیٹ ہے قطر دریافت کرو
- (۳) نصف قوس کل وتر ۴۰ فیٹ ہر اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہر ارتفاع قوس ۲۰ فیٹ دریافت کرو
- (۴) ایک نصف قوس کل نصف وتر ۴۰ فیٹ ہر اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو

- (۵) قوس کا ارتفاع ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ انچ ہے نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۶) ارتفاع قوس ۲۴ فیٹ ۲ انچ ہے اور قطر دائرہ ۲۸ فیٹ ۴ انچ ہے نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۷) قوس کل وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۱۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔
 (۸) قوس کل وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۸ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
 (۹) وتر قوس ۱۵ انچ ہے اور قطر دائرہ ۱۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۱۰) قوس کا وتر ۱۸ انچ ہے اور قطر دائرہ ۱۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۱۱) نصف قوس کل وتر ۱۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطر دائرہ ۱۲ فیٹ ۲ انچ ہے وتر قوس دریافت کرو۔
 (۱۲) نصف قوس کل وتر ۱۰ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۴ فیٹ وتر قوس دریافت کرو۔
 (۱۳) قوس کل وتر ۱۲ انچ اور نصف قوس کل وتر ۱۴ فیٹ ۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو۔
 (۱۴) قوس کل وتر ۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

آٹھویں فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولوں کی نسبت دریافت کر لیگی اکثر ضرورت پڑتی ہے گوینہ بالکل صحیح صحیح بیان نہ ہو سکے مگر بہرہی وہ ایسی محنت کے ساتھ دریافت ہو سکتی ہے کہ مطلب علمی کی کارروائی میں کچھ خلل نہیں عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہے محیط دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کو ۳.۱۴۱۵۹ یعنی ۲۲/۷ میں ضرب دیا یوں قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲/۷ میں ضرب اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو حاصل محیط ہوگا۔

(۱۰۲) مثالین

۱) قطر دائرہ ۱۴ فیٹ ۸ انچ ہے۔

$$۱۶۷ = ۲۲ \times ۸ = \frac{۲۲}{۷} \times ۵۶$$

۲) فیٹ ۸ انچ = ۵۶ انچ

پس محیط تقریباً ۱۶۷ انچ ہے یعنی ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

$$\begin{array}{r} \text{۲) دائرہ کا قطر } ۲۵۶ \text{ فٹ} \\ ۸۵۲۵۶ \\ \times ۱۵۱۲ \\ \hline ۸۵۱۲ \\ ۸۵۱۲۰ \\ \hline ۱۲۷۷۷۶ \end{array}$$

پس محیط دائرہ ۱۳۷۷۷۶ فٹ ہو

(۱۰۳) دفعہ ۱۱ میں جو قاعدہ بیان ہوا اوس محیط جتنا نکلتا چاہئے اوس ذرا بڑا نکلتا ہو محیط دائرہ و تحقیق قطر کے ۳۱۶ گئے سے کم ہو لیکن ۳۱۶ گئے سے بڑا ہو اکثر ۳۱۶ میں ضرب دینے کا قاعدہ عمل صحیح ہو۔

(۱۰۴) اگر ہم چاہیں تو دفعہ ۱۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت میں اس طرح رکھ سکتے ہیں کہ ۲۲ سے وہ نسبت ہو جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہو۔

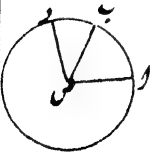
(۱۰۵) اوس سے بھی زیادہ یہ تناسب ہو کہ ۱۱۳ کو ۳۱۶ سے وہ نسبت ہو جو قطر کو نسبت ہو محیط دائرہ سے اس قدر سے بھی محیط جتنا ہونا چاہئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہو مگر یہ غلطی ایسی کم ہوتی ہو کہ اس حساب ۱۹ سوئل کے اندر ایک فٹ سے بھی کم غلطی پڑتی ہے ایسے بڑے حساب میں ایسی چھوٹی غلطی کو کالعدم جانتے ہیں۔

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت میں بدل لیتے ہیں کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ وہ نسبت ہو جو ۱ کو نسبت ہو ۲۲ سے ۱۱۳ کو ۳۱۶ سے اس تناسب حساب... بہ نسبت کی اعشاریہ لگ گیا ہو لیکن ان ہندو نمبر سے جتنے ہم چاہیں تمام میں لاسکتے ہیں اکثر ۱۱۳ کے استعمال کو صحت عملی لئے کافی سمجھتے ہیں اکثر کتب یاغیہ میں ۱۱۳ کو ۳۱۶ سے ۱۱۳ کو ۳۱۶ سے تعبیر کرتے ہیں۔

(۱۰۷) اور یہ بیان ظاہر ہو کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دیکر کیا قاعدہ اس طرح بیان ہو سکتا ہو کہ قطر کو ۱۱۳ میں بے وادار زیادہ تر صحت جواب میں منظور نظر ہو تو قطر کو ۱۱۳ میں مضرب و دوسرے قاعدہ سے بھی محیط جتنا ہونا چاہئے اوس کچھ زیادہ نکلتا ہو مگر غلطی ۱۱۳ میں... یہ جسے محیط سے زیادہ تر تنوگی اس طرح سے غلطی ۱۱۳ میں ایک فٹ سے کم واقع ہوگی۔

- (۱) ۱۳ فینٹ (۲) ۸۶ گز افٹ
 (۳) ۱۳ گز ۲ فینٹ ۸ اینچ (۴) ۱ فرنگ ۶۰ گز
 محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ گز گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم قطروں کے دائروں کے محیط دریافت کرو
 (۵) ۲۴ فینٹ (۶) ۶۱ گز ۲ فینٹ
 (۷) ۵۵ گز ۱۶ اینچ (۸) ایک فرنگ ۸ گز
 محیط دائرہ کو ۵۱۶ گز گنا قطر سے فرض کر کے ان محیطوں کے دائروں کے قطر یافت کرو۔
 (۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرنگ ۳ جریب (۱۲) ۱۲ سیل
 محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ گز گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں کے دائروں کے قطر دریافت کرو۔
 (۱۳) ۱۳ افٹ (۱۴) ۲۵ فینٹ (۱۵) ۱۰۸ گز افٹ (۱۶) ۱ فرنگ
 (۱۷) فرض کرو کہ ۸۸ دن میں آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں عطار در حرکت کرتا ہے حسب نصف قطر
 سیل ہو تو بتاؤ کتنے سیل ایک سنڈ میں عطار دجائے۔
 (۱۸) ایک گاڑی کے سپر کا قطر ۲۸ اینچ ہو تو بتاؤ نصف سیل چلنے میں کتنے وہ چکر کریگا۔
 (۱۹) ایک گول روش کے گرد شکر بنی ہوئی ہوا کا محیط ۳۰ فینٹ ہو اور محیط اندرونی
 ۸۰ فینٹ ہو اس کا عرض دریافت کرو۔
 (۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط میں فرق ۱۰ فینٹ ہو قطر دائرہ دریافت کرو۔

نویں فصل قوس دائرہ



- (۱) فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز O ہو اور دائرہ کی کوئی قوس AB ہو
 اور AD بوجہ محیط AB کے طول کو AD کے طول سے وہ نسبت ہو جو کہ
 زاویہ ASB کو نسبت ہو زاویہ ASQ سے یعنی جو نسبت زاویہ ASB کو ہر زاویہ قائمہ سے
 اس واسطے کہ OB کے طول کو کل محیط سے وہ نسبت ہو جو کہ زاویہ ASB کو ہر چار قائمون سے
 (۲) زاویہ کو اکثر درجوں میں بیان کرتے ہیں ۶۰ درجوں سے ایک دائرہ قائمہ بنتا ہے

اسلئے ۳۶۰ درجوں میں چار قسٹے پیدا ہوتے ہیں اور ایک درجہ دقیقوں میں اور دقیقہ ۶۰ ثانیوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ دقیقہ اور منٹ کے ایک معنی ہیں اور ثانیہ اور سکند ایک ہی چیز ہیں (۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً روزہ ۶۰ قرار کیے ہیں مثلاً درجہ ۲۳ دقیقہ ۴۸ ثانیے لکھنے ہوں تو اس طرح لکھینگے کہ ۲۳ ۴۸

(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو کسی قوس کی محاذی زاویہ واقع ہوا اسکے درجوں کی تعداد معلوم ہو قوس کا طول دریافت کرو۔

قاعدہ ۳۶۰ کو درجوں کی تعداد معلوم وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو نسبت قوس کے طول سے (۱۱۸) مثالین۔

(۱) دائرہ کا محیط ۳۸ انچ ہو اور مرکز پر محاذی قوس زاویہ ۵۴ درجہ کا ہو قوس کا طول دریافت کرو

$$۳۶۰ : ۵۴ :: ۳۸ : \text{طول مطلوب}$$

$$۲۶۲ = \frac{۳۸ \times ۵۴}{۳۶۰} = \frac{۲۰۵۲}{۳۶۰}$$

پس قوس کا طول ۲۶۲ انچ ہو (۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰ میل اور مرکز پر قوس کے محاذی زاویہ ایک درجہ کا ہو قوس کا طول دریافت کرو

$$۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰ : \text{طول مطلوب}$$

$$۶۹۴۴ (۲۵۰۰ \times ۳۶)$$

$$\frac{۲۱۶}{۳۶۰}$$

$$\frac{۳۲۴}{۳۶۰}$$

$$\frac{۱۶۲}{۳۶۰}$$

$$\frac{۸۱}{۳۶۰}$$

$$\frac{۴۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۲۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۱۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۵}{۳۶۰}$$

$$\frac{۲}{۳۶۰}$$

$$\frac{۱}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

$$\frac{۰}{۳۶۰}$$

قوس طول ۶۹۴۴ میل ہے (۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہو جائے اور مرکز پر اسکے محاذی زاویہ کے درجوں کی تعداد دریافت کرو قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہو جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجوں کی تعداد سے (۱۲۰) مثالین۔

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

تعداد درجات مطلوب : ۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ :

$$\frac{360 \times 8}{50} = \frac{2880}{5} = 576$$

پس ۵۷۶ درجہ کا زاویہ ہے۔

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۵۰ میل

تعداد درجات مطلوب : ۲۵۰۰۰ : ۵۰ :: ۳۶۰ :

$$\frac{360 \times 25000}{50} = \frac{360 \times 500}{1} = 180000$$

پس ۱۸۰۰۰۰ درجہ کا زاویہ ہے۔

(۱۲۱) قوس کل وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کر دو
قاعدہ وتر نصف قوس کے آگے گنی ہوئی قوس کل وتر تفریق کر دو اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرو
یہ قاعدہ بالکل ٹھیک ٹھیک نیندین سی قوس کا طول جتنا ہونا چاہیو اس کو کچھ کم دریافت ہو کر
اگر کم کر لیں قوس کے سامنے زاویہ ۲۵ درجہ کا ہو تو بقدر یہ طویل قوس کی غلطی واقع ہوگی جتنا
زاویہ بڑھتا گھٹتا جائیگا غلطی بھی اتنی بڑھتی گھٹتی جائیگی۔

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بحسب دفعہ (۹۴) کے نصف قوس کا وتر ۱۰۴۷۸۱۰۶۰۷۰ انچ ہے

$$10478106070$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 5455485222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 3 \quad 12255485222 \end{array}$$

$$1361895131$$

پس قوس کا طول ۱۳۶۱۸۹۵۱۳۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ انچ ہو اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ انچ ہو
بموجب دفعہ (۵۴) کے نصف قوس کا وتر ۲۹۵۳۲ انچ ہو

$$\begin{array}{r} ۲۹۵۳۲ \\ ۲۳۲۶۵۹ \\ ۵۸ \\ \hline ۳۱۱۶۶۵۹ \\ ۵۸۶۸۵ \end{array}$$

پس قوس کا طول ۵۸۶۸۵ انچ ہے
(۱۲۳) دفعہ (۱۲۱) کے استعمال سے جس غلطی ہو چکا ہے بیان کیا ہے وہ بتی قوس چوٹی ہوگی
اوتنی ہی غلطی نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اس واسطے بعض صورتوں میں اس امر کی ضرورت ہوگی کہ
بجائے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدہ اسطرح کریں کہ اکیچہ تہائی
قوس کے وتر کو آٹھ گنا کر کے اور میں نصف قوس کا وتر تفریق کریں اور حاصل تفریق کو دو
بین ضرب دیں اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کریں۔

(۱۲۴) دفعہ (۱۲۱) میں جو قاعدہ قوس کے طول دریافت کر چکا تھا اگر اس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہو کر
اوسکو وہاں برتنا چاہئے چنان زیادہ صحت منظور ہو۔

قاعدہ چوتھائی قوس کے وتر کو ۲۵ گنا کرو اور حاصل پر وتر قوس یا دہ کرو اور نصف قوس کے
وتر کو چالیس گنا کر کے تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو
اس قاعدہ قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اس سے ذرا زیادہ نکلتا ہو اگر دائرہ کے مرکز پر ۴۵ درجہ کا زاویہ ہو
اوسکے سامنے کی قوس کے طول میں غلطی کم حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑھ
اوتنی غلطی بڑھی ہوگی اور جتنا زاویہ گھٹے گا اوتنی ہی غلطی گھٹے گی۔

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالیں مشق کے لئے حل کرتے ہیں
(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو تو کل ۹۰ درجہ کی قطعی کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو
چونکہ قطر ایک فٹ ہو تو محیط دائرہ ۶۲۸۳۲ یعنی ۶۲۸۳۲ ہو

$$۳۶۰ : ۹۰ :: ۶۲۸۳۲ : \text{طول قوس}$$

پس قوس کا طول ۴۰۴۲۰۰ ہوا اور نصف قطر کا طول جو فیٹ ۱۰ زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۳۰۴۲۰۰ فیٹ ہی۔

(۲) درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

مثال گذشتہ کے نتیجہ کو استعمال میں لائو یہ تناسب حاصل ہوگا۔

$$۳۰۴۰۰۰ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب$$

اسی معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳۰۴۰۰۰}$ فیٹ = $\frac{۱}{۱۵۲۰۰}$ فیٹ تقریباً

فصل ششم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایچ ہوا اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۲۰ ہو تو قوس کا طول دریافت کرو

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ایچ ہوا اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۱۰ ہو تو قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہوا اور قوس کا طول ۱۰ ایچ ہو تو زاویہ جو اسکے سامنے مرکز پر ہوا دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطرافٹ ہوا اور قوس کا طول ۱۰ فیٹ ایچ ہو تو قوس کے سامنے جو زاویہ مرکز پر ہوا دریافت کرو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۰ ایچ ہوا نصف قوس کی وتر ۱۰ ایچ قوس کو دریافت کرو۔

(۶) قوس کی وتر ۱۰ ایچ ہوا اور دائرہ کا نصف قطر ۱۰ ایچ قوس دریافت کرو۔

(۷) قوس کی وتر ۱۰ ایچ ہوا اور دائرہ کا نصف قطر ۱۰ ایچ ہے قوس کو دریافت کرو۔

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ ایچ ہو تو ۱۰ کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ ایچ ہوا اس قطع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کے

سامنے زاویہ مرکز پر ۱۰ ہو۔

(۱۰) دائرہ کا نصف قطرافٹ ہی نصف دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۰ ایچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۳۲ و ۳۱ و ۳۰ و ۲۹ ہے اور اسکے

سامنے کی قوس کا طول دریافت کرو۔

تیسرا باب رقبوں کے بیان میں

دسویں فصل مربع یا سطح پیمانوں کی جدول

(۱۲۶) رقبوں کے پیمانوں کی جدول جس کو اکثر سطح یا مربع پیمانوں کی جدول کہتے ہیں کیا کہنی ستانی سطح اور مربع

۱۲۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے

۹ مربع فٹ سے ایک مربع گز بنتا ہے

۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۴۲ مربع فٹ یعنی ۲۰ مربع گز سے ایک مربع پول یا روڈ بنتا ہے

۱۶۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرنگ بنتا ہے

۶۴ مربع فرنگ کا ایک مربع میل بنتا ہے

اس سے یہ جدول مرتب ہوئی ہے۔

مربع انچ	مربع فٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرنگ	مربع میل
۱۲۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱			
۳۹۲۰۴	۲۴۲	۳۰	۱		
۶۲۵۶۰۰	۲۴۲۰۰	۲۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۲۰۱۲۴۸۹۶۰۰	۲۵۸۶۸۴۰۰	۳۰۹۶۴۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات ہی رقبوں کے بتلانے میں کام آتے ہیں کڑی کا مربع جریب کا مربع

روڈ ایک ریسوہ لبو انسٹی کچو انسٹی وغیرہما

ایک مربع جریب میں ۲۴۸۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہیں ایک ڈھ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز ہوتا ہے

اور ایک ایکڑ روڈ کا ہوتا ہے یعنی ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکڑ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب میں ۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰ مربع گز ہوتے ہیں اسلئے ایک ایکڑ میں ۱۰۰۰۰ مربع

گزی ہوتی ہیں۔ ایک ہندوستانی جریب کا مربع بگمہ کہلاتا ہے۔

ایک بیگمین ۲۰ بٹو اور ۱۰ بٹو میں ۲۰ لٹو لٹنی اور ۱۰ لٹو لٹنی ہوتے ہیں۔

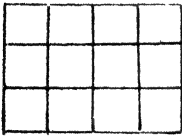
گیارہویں فصل سطح قائم الراویہ یعنی مستطیل

(۱۲۸) فرض کرو کہ ایک قائم الراویہ ۱۲ انچ اور ۳ انچ چوڑی ہو ایک ایک انچ کے فاصلہ سے خطوط مستقیم

ستواری الاصلہ کی گنجھو تو قائم الراویہ بارہ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی اور ان میں سے ہر ایک مربع ہوگا

جو ایک انچ لمبا اور ایک انچ چوڑا ہو

تو قائم الراویہ میں ۱۲ مربع انچ ہیں اور انکو سطح بیان کیا کرتے



ہیں کہ قائم الراویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہو۔

۱۲ اعداد اور ۳ کا حاصل ضرب جسے کہ قائم الراویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہو

(۱۲۹) اگر ایک قائم الراویہ ۱۸ انچ لمبی اور ۹ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کی طرح دیکھا سکتے ہیں کہ اس کا رقبہ

۱۸ مربع انچ کا یعنی ۲۰ مربع انچ ہے اور سطح اگر قائم الراویہ ۹ انچ لمبا اور ۹ انچ چوڑا ہو تو اس کا رقبہ

۸۱ مربع انچ کا ہے یعنی ۹۲ مربع انچ ہے اور علیٰ ہذا القیاس

(۱۳۰) اسی طرح اگر ایک قائم الراویہ ۱۵ فٹ لمبی اور ۵ فٹ چوڑی ہو تو رقبہ اس کا ۷۵ مربع فٹ ہوگا یعنی

قائم الراویہ ۱۲ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی جن میں سے ہر ایک ایک فٹ لمبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگا

اگر ایک قائم الراویہ ۱۵ گز لمبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اس کا رقبہ ۴۵ مربع گز ہوگا

اور علیٰ ہذا القیاس

اور علیٰ ہذا القیاس

(۱۳۱) مبتدیوں کو ٹری غور سے اس بات کو دیکھنا چاہئے کہ رقبہ سطح ناپے جگہ میں جتنی چیزیں

ساخت کی قابلیت رکھتی ہیں اون سب میں ایک اصول ساخت بالعموم متعمل ہوتا ہے۔

مثلاً جب ہم طول ناپتے ہیں تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین پتہ میں خواہ وہ ایک انچ ہو

خواہ ایک فٹ اور اس پیمانہ ہی سے اوڑھ لوں کو اندازہ بتلائے ہیں پس جب یہ کہتی ہیں کہ

ایک خط کا طول ۱۵ انچ ہو تو اس سے مراد ہوتی ہے کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۱۵ گنا ہے اسی طرح

جب ہم رقبہ ناپتے ہیں تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہیں اسی پیمانہ ہی سے مقابلہ کرتے

۱ اور رقبہ کا اندازہ بتلاتے ہیں۔ رقبہ کے اندازہ بتلانے کے واسطے مربع کو پیمانہ قرار کرتے ہیں اس میں
بڑی سانی ہوتی ہے اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع میٹر وغیرہ
(۱۳۲) کسی قائم الزاویہ کے دریاقت کرنے کے لیے ضروری ہے کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے پیمانہ
میں بیان کریں پس جو عدد طول اور عرض کو تعبیر کریں گے اوں کا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریگا۔

اگر طول اور عرض دونوں جو نہیں تعبیر ہوں تو رقبہ انچ مربع میں بیان ہوگا اور اگر طول اور
عرض دونوں جو نہیں تعبیر ہوں تو رقبہ مربع فٹوں میں تعبیر ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

(۱۳۳) اب طالب علم کی سمجھ میں آگیا ہوگا کہ کس کونکے رقبہ کا کس طرح حساب کرتے ہیں اور قاعدہ کو
کس طرح صحت کے ساتھ استعمال میں لاتے ہیں۔ قواعد کو اختصار کے ساتھ ہم بیان کریں گے اگر
طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھ گیا ہوگا تو اس کو آگے سمجھنے میں دقت نہیں واقع ہوگی
(۱۳۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا۔

بعض اوقات عرض طول کی جگہ قاعدہ اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہیں کہ قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب و
(۱۳۵) مثالیں۔

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہے۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$$۱۲۰۰ = ۳۰ \times ۴۰$$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۲۵ فیٹ

$$۳۰ \times \frac{۲۵}{۲} = \frac{۳۰}{۲} \times ۲۵ = ۳۷۵$$

پس رقبہ ۳۷۵ مربع فیٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۲۰ گز ہے

نصف میل = ۸۸۰ گز اور $۲۲۰ \times ۸۸۰ = ۱۹۳۶۰۰$

پس رقبہ ۱۹۳۶۰۰ مربع گز ہے

یا اس طرح ۲۲۰ گز = $\frac{۱}{۸}$ میل اور $\frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۶۴}$

پس رقبہ $\frac{۱}{۶۴}$ مربع میل ہے۔

(۱۳۴) اگر کھوکھو قائم الزاویہ کا رقبہ معلوم ہو اور اس کا طول ہی ہم بانٹتے ہوں تو عرض اس طرح دریافت کر سکتے ہیں کہ رقبہ کو جو عدد تعبیر کرتا ہو اسکو اور عدد دہر کہ طول کو تعبیر کرتا ہو تقسیم کریں اور اس طرح اگر کسی قائم قائم الزاویہ کا رقبہ اور عرض معلوم ہو تو طول دریافت ہو سکتا ہے اگر کسی مین بھوکھو رقبہ اور طول یا عرض کے پیمانوں کی تجدید کر لینے پر ضرور درجہ دفعہ (۲۰) دیکھو۔

(۱۳۵) مثالین

(۱) قائم الزاویہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہو اور اس کا طول ۴ فٹ ۲ انچ ہو

فٹ ۲ انچ = ۱۶ انچ اور $\frac{۹۶}{۱۶} = ۶$ پس انچ عرض ہو

(۲) قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۰ مربع فٹ ہو اور اس کا عرض اگر ہو

اگر = ۳ فٹ اور $\frac{۱۰}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$

پس طول $\frac{۱۰}{۳}$ فٹ یعنی ۳ فٹ ۲ انچ ہے

(۱۳۸) مربع ہی ایک قائم الزاویہ ہے جس کا طول عرض الہمین برابر ہو اس معلوم ہوا کہ مربع کا رقبہ

اس طرح دریافت ہو سکتا ہے کہ جو عدد مربع کے ضلع کے طول کو تعبیر کرتا ہو اسکو فی نفسہ ۲ میں مثلاً

ایک مربع کے ضلع کا طول ۱۰ ہو تو رقبہ ۱۰۰ گنا مربع ۱۰ کا یعنی ۱۰ مربع انچ اس سے معلوم ہوتا ہے

کہ عدد فی نفسہ ضرب دیا گیا جو عدد کا مربع کہلاتا ہو اسکی وجہ یہی ہے اسی سے ہم فصل پنجم کے

قواعد اور دفعہ (۳۰) کے مسئلہ کا ماہم ربط اور تعلق دیکھ سکتے ہیں۔

(۱۳۹) فصل دہم میں جو جدول کہی ہو وہ اس کے مضامین کے آسانی سمجھ میں آ سکتی ہو اور اسکی

وجہ معلوم ہو سکتی ہو اور آسانی سے یاد رکھ سکتی ہو مثلاً اول ہی جدول میں یہ لکھا ہے

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک فٹ ہوتا ہے مربع فٹ ایک قاسم الاویہ ہے جس کا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اسی واسطے بموجب دفعہ (۱۲۸) کے ایک مربع فٹ ۱۲x۱۲ مربع انچ ہے ۱۴۴ مربع انچ ہے۔

(۱۴۴) اگر ہم مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول سطح دریا کہتے ہیں جو عدد رقبہ کو تقسیم کرتا ہو اور اس کا جذر نکالیں مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہو اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۵۰ مربع انچ ہے اب یہاں جذر پورا نہیں نکل سکتا ہے اس لئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہیں نکل سکتا ہے اگر تین مرتبہ تکا عشریہ نکالیں تو ۷.۰۷۱۵ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فیٹ اور فٹ مربع میں تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فیٹ سے مراد اوس رقبہ سے ہے جو تین ایسے حصوں میں منقسم ہوتا ہے کہ ہر ایک وغیرہ ایک مربع فیٹ، اور ۳ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہے جس کا ضلع طول میں ۳ فیٹ ہو اور اوس شکل میں ۹ مربع فیٹ ہیں اور اسی طرح ۴ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہے جس کا ضلع ۴ فیٹ طول میں ہے پس اوس مربع میں ۱۶ مربع فیٹ ہیں۔

(۱۴۲) اب چند شالین شق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہیں۔
(۱) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۱۱ فیٹ ۲ انچ چوڑا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ میں ۳۰ انچ چوڑے فرش کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا۔

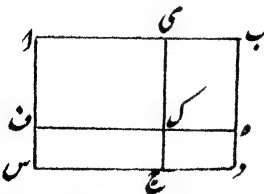
اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہیں کمرہ کا طول ۱۱ فیٹ ۲ انچ ہے اور عرض ۸ فیٹ ۶ انچ ہے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ ۹۷.۵ مربع فیٹ یعنی ۹۷.۵ مربع فیٹ ہے اور فرش کا عرض ۲ فیٹ ۲ انچ ہے اس سے معلوم ہوا کہ فرش کا طول ۹۷.۵ کو ۲.۲۵ سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا یعنی ۹۷.۵ x ۲.۲۵ فیٹ یعنی ۲۱۸.۳۷۵ فیٹ اب آگے علم حساب کا ہم یہ کہ ایک گز کی قیمت ۶ ہے تو ۲۱۸.۳۷۵ فیٹ کی قیمت کیا ہوگی حاصل ۱۱۰.۲۵ گز ۶ ہے

یعنی ۳۳۳ آنہ یعنی ۱۶۶ ۱/۲ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ روپائی ہو
 کچھ استبان کر بیان کر نیکی ضرور نہیں معلوم ہوئی کہ حساب جو فرش نکلا ہو زیادہ فرش کمہ میں لگے گا۔
 اسلئے کہ فرش کی کٹے جب جوڑ جائیں گے تو کچھ فرش کا ٹکڑا جوڑنے میں یا سیون میں ضامیم جائیگا
 (۲) ایک ۱۸ فیٹ ۶ انچ لینا اور ۱۱ فیٹ ۲ انچ چوڑا ہو اور ۱۵ فیٹ بلند ہو تو چاروں دیواروں
 رقبہ دریافت کرو۔

اب دو دیواروں میں سے ہر ایک دیوار میں ۳۶ × ۱۰ مربع فیٹ ہیں اور دو دیوار میں اور میں اول میں
 ہر ایک کا رقبہ ۳۶ × ۱۰ مربع فیٹ ہو اسلئے کل رقبہ اس قائم الراویہ کے رقبے کے برابر ہے یعنی
 ۵۵ مربع فیٹ۔

(۳) ایک قطع زمین قائم الراویہ کی شکل کا ہو اور اوپر گھاس لگی ہوئی ہو اور وہ ۶۰ فیٹ لینا اور ۱۵ فیٹ
 ایک بھری کی شکل ۱۵ فیٹ چوڑی گھاس لگی ہوئی ہو تو اس ٹرک کا رقبہ دریافت کرو۔
 اس قائم الراویہ کا طول ۶۰ فیٹ اور عرض ۱۰ فیٹ ہو جس میں ٹرک بھی داخل ہے
 اسلئے اس قائم الراویہ کا رقبہ ۶۰ × ۱۰ = ۶۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۸۱۳۳ مربع فیٹ اور قطعہ گھاس کا
 رقبہ ۶۰ × ۱۰ = ۶۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ ہو اور ٹرک کا رقبہ ۱۸۱۳۳ - ۱۶۰۰۰ =
 ۲۱۳۳ مربع فیٹ ہو۔

(۴) ایک قائم الراویہ دو خطوط متوازی سے چار حصوں میں تقسیم ہوئی ہے اور یہ
 خطوط تقسیم اضلاع کے متوازی فاصلہ معلوم سے کیچے لگے ہیں تو ان چاروں
 قائم الراویہ کا رقبہ دریافت کرو۔



فرض کرو کہ وہ دس قائم الراویہ ہو
 اور وہ ۱۰ انچ اور اس ۶ انچ
 اور دس ۱۰ انچ اور وہ ۶ انچ ہے

نقطہ سی سے اس کا متوازی ہی کیج اور نقطہ ت سے وہ متوازی نکال کیجا گیا ہے

توی ب = ۶ انچ اور ف سہی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینی۔

ای ک ف کا رقبہ = 6×10 یعنی ۶۰ مربع انچ اور ۱۶ انچ چوڑی

ی ب ہ ک کا رقبہ = 6×4 یعنی ۲۴ مربع

ف ک ح س کا رقبہ = 10×2 یعنی ۲۰ مربع انچ چاہتے ہیں تو بتاؤ اس میں فیٹ

ک ہ ح د کا رقبہ = 4×2 یعنی ۸ مربع انچ ۔

ان چاروں رقبوں کا مجموعہ ۱۲۴ مربع انچ ہے اور وہ برابر ہیں ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور

اگرچہ یہ مثال نہایت آسان ہے مگر اس سے علم حساب ایک بڑا مسئلہ ثابت

ہو گیا اور ۶ کا مجموعہ ضرب یا گیا اور ۱۲ کا مجموعہ میں برابر ہو گیا اور ۶ اور ۱۰ اور ۲ اور ۴ اور ۱۲ اور ۲۴

(۵) ایک ایک کم الزاویہ ۵۰ انچ لمبائی اور ۳۰ انچ چوڑی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب عدد دفعہ (۱۳۴) کے رقبہ $\frac{1}{2} \times 30 \times 50$ مربع انچ یعنی ۷۵۰ مربع انچ۔

لیکن فقہ (۱۳۸) کے قاعدہ کا ثبوت اس صورت میں لکھا ہے کہ عدد کو صحیح مانا ہی اس لئے اس بات کا

ثابت کرنا ضرور ہوا کہ یہ قاعدہ اس صورت پر ہی حاوی ہے کہ طول اور عرض کسرین ہوں۔

کسر کا نسبت سمجھ کر کیا تو $\frac{3}{4}$ انچ اور $\frac{5}{8}$ انچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک انچ کا $\frac{4}{4}$ حصہ اکل پیانہ واحد

ہی تو قائم الزاویہ کا طول ۳۵ اور عرض ۲۴ ایسے پیانہ واحد سے تعبیر ہو گا۔

اور ایسا قائم الزاویہ کا رقبہ 35×24 مربع اس مربع واحد کے ہونگے اور ایک انچ مربع میں ایسا

واحد کے 54×54 مربع ہیں اس لئے قائم الزاویہ کا رقبہ $\frac{35 \times 24}{54 \times 54}$ مربع انچ

یعنی $\frac{35 \times 24}{54 \times 54}$ مربع انچ یعنی $\frac{1}{9}$ مربع انچ ہے۔

گیارہویں فصل کی مثالین

مربعوں کے اضلاع کے طول تفصیل میں ہیں ان کے رقبہ مربع گز زمین دریافت کرو۔

(۱) ۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۲ گز (۴) ۳۰ گز

مربعوں کے اضلاع کے طول تفصیل میں معلوم ہیں ان کو رقبہ مربع گز زمین اور مربع فٹ زمین یافت کرو۔

۱۲ گز افٹ

۲۰ گز افٹ

۶ مربع گزوں مربع فٹوں مربع انچوں میں دریافت کرو۔

(۱۱) ۵ گز ۲ فٹ ۸ انچ

(۱۲) ۱۳ گز ۱۰ فٹ ۱۰ انچ

و میں ان کے رقبہ ایک روڈ اوپر پول مربعوں میں دریافت کرو

(۱۳) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۴) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

۵۔

۱۱ جریب ۲۵ کڑی

مربعوں کے قطر بقیہ ذیل ہیں ان کے رقبہ دریافت کرو۔

(۱۸) ۸ گز ۲ فٹ ۳ انچ

(۱۷) ۲۵۵ فٹ

(۲۰) ۱۸ جریب ۳۶ کڑی

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی

مربعوں کے رقبہ بقیہ ذیل ہیں ان کے اضلاع دریافت کرو

(۲۲) ۲۲۵ مربع گز

(۲۱) ۷۶۴ مربع گز

(۲۳) ۱۴ م میل

(۲۴) ۲۵۲۹ مربع گز

(۲۶) ۱۲ ایکڑ

(۲۵) ۱۶۰ ایکڑ

(۲۸) ۳ ایکڑ روڈ پول ۵۳۵ گز

(۲۷) ۴۴۰۴۴۴ فٹ

ان بچوں کے رقبہ بقیہ ذیل معلوم ہیں ان کے اضلاع کو طول کو تین تہ کی اشیاء تکس یافت کرو

(۳۰) ۲۸۷ مربع فٹ

(۲۹) ۱۲۰ م فٹ

(۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۱) ۴۷۸ مربع گز ۱ مربع فٹ

(۳۴) ۲۲ ایکڑ

(۳۳) ۱۵۰ ایکڑ

(۳۵) جس مربع کا رقبہ مربع انچ ہے اس کا قطر دریافت کرو

ہیل

نیل

بریب

ہیل ۵۳ م گز ۲۰ فیٹ ۳ انچ

پہاڑی اور اسکا کیا طول رکھیں کہ وہ مساحت میں ایک مربع گز ہو۔

- م راویہ ۹ انچ سے ۱۸ انچ ہو تو بتاؤ اسکا قصبہ کونسی ایشاریہ مربع گز کی ہے۔

(۶۲) قائم الراویہ ۱۲ گز لٹنی اور ۲ گز چوڑی ہو اس کے رقبہ کو ایک کی کسر میں بیان کرو۔

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بار ہی اگر بازار کے ایک طرف ۲ ۱/۲ فیٹ چوڑا فرش بنائیں تو بتاؤ کتنے مربع گز ہوگا۔

(۶۴) ایک کیت مستطیل کی شکل کا ہو اور زمین کاٹ کر ایک مستطیل کی شکل کا باغ بیا بنا ہو کہ اس میں پون ایکڑ زمین آتی ہو اور اسکا ایک ضلع تو کیت ہی کا ضلع ہو اور اسکا طول ۲ ۱/۲ حریب ہو دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۵۵ فیٹ ہو اور ایک ضلع ۴۲ فیٹ ہو رقبہ دریافت کرو۔

(۶۶) چار مربعوں کے ضلع جدا جدا ایک اور ۲ اور ۲ اور ۲ فیٹ ہیں ان چاروں مربعوں کے برابر جو مربع ہو اسکا ضلع دریافت کرو۔

(۶۷) مربعوں کے ضلع جدا جدا ۵ اور ۴ اور ۳ فیٹ ہیں اس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان تین مربعوں کے برابر ہو۔

(۶۸) مکان میں شیشہ کا دروازہ ۲۵ فیٹ ۲ انچ سے ۳۰ فیٹ ۳ انچ کا لگا ہوا ہو اور اس میں شیشہ کے پرکے ۱۲ انچ سے ۹ انچ کے لگے ہوئے ہیں تو اونکی تعداد بتاؤ کیا ہے۔

(۶۹) ایک مکان ۱۵۰ ۲۰ فیٹ ہو تو بتاؤ اسکو فرش میں چوکھ فیٹ ۱۸ انچ لنبے اور ۲۰ انچ چوڑے کتنی لگینگے۔

- (۷۰) ۲۴ فیٹ لمبی اور ۱۲ فیٹ چوڑی چھت میں ۱۲ انچ لمبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگے۔
 (۷۱) ایک جگہ ۱۲ فیٹ لمبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہو اور میں ۹ انچ لمبی اور ۱۲ انچ چوڑی اینٹیں کتنی بچینگے۔
 (۷۲) کاٹھ کا فرش ۲۴ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنا نا چاہتے ہیں تو بتاؤ اس میں ۱۲ فیٹ لمبے اور ۱۲ انچ چوڑے تختے کتنے بچینگے۔
 (۷۳) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ لمبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہو اس کے فرش میں ۱۲ فیٹ ۴ انچ لمبے اور ۱۲ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے۔
 (۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لمبا اور ۱۰ فیٹ چوڑا ہو اگر ایک آدمی ۲۰ انچ لمبی ۱۸ انچ چوڑی جگہ گہیرے تو اس مکان میں کتنے آدمی کٹے ہونگے۔
 (۷۵) ۴۰ صفین آدمیوں کی کٹری ہوئی تین اور ۲۰ ایک صف میں ۴۰ آدمی تھے اگر یہ آدمی اکائیے ہوئے مربع کی صورت میں کٹے ہوتے تو بتاؤ ایک صف میں کتنے آدمی ہوتے۔
 (۷۶) اگر ایک گھوٹکا دخت نو مربع انچ جگہ گہیرے تو ایک یا کچھ کتنے گھوٹکے دخت لگینگے۔
 (۷۷) آدھیل لمبا اور چوٹائی میل چوڑا ایک جنگل ہے اور ایک مربع جرب میں ۴۰ درخت ہیں تو بتاؤ اس جنگل میں کتنے درخت ہونگے۔
 (۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہو اور ۱۰۰ میل لمبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اس میں ۲۰۰۰۰۰۰ باشندے بستے ہیں تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایک میں بستا ہو۔
 (۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لمبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا ہو اور اس کے وسط میں محل کا فرش ۲۰ فیٹ لمبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہو تو بتاؤ باقی جگہ کے فرش میں ۲۰ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگے گا۔
 (۸۰) ایک بچ کا ضلع ۵۸ گز اور مربع کے باہر چاروں طرف ۱۰ گز چوڑا راستہ بنا ہوا ہو تو اس ۴۰ انچ لمبے اور ۱۲ انچ چوڑے پتھر کتنے اوس راستہ کے فرش میں لگینگے۔
 (۸۱) ایک قلعہ ۱۰۰ گز اور ۵۰ گز کا صحن ۲۰ فیٹ لمبا ۲۰ فیٹ چوڑا ہو اس صحن کے گرد ایک ستہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ

اوسے باہر نہ ہو تو بتاؤ ۹ انچ لمبی ۲ انچ چوڑی اینٹیں اوس ستہ کو فرش میں کتنی چھینگی۔
 (۸۲) ایک خاص صحن میں ۹ انچ لمبی ۲ انچ چوڑی اینٹ ۱۲۹۴ میں کچھ پیہن تو بتاؤ کتنے کپڑے
 ۱۶ انچ مربع کے اوس ستہ کے نوین حصہ میں چھینگی۔

(۸۳) اگر ایک مستطیل کے اضلاع متصل ۹ اور ۱۴ ہوں اور دوسرے مستطیل کے اضلاع متصل ۳۵
 اور ۲۵ ہوں اور اون میں ہر ایک کی برابر مربع بنائیں تو انکو ضلعوں کی نسبت آپس میں بتلاؤ کیا ہوگی
 (۸۴) ایک کمر ۸ فیٹ لمبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۱۶ انچ اونچا ہو اسکی دیوار ونپے ۲ انچ
 عرض کا کاغذ کتنا لٹنا لگے گا۔

(۸۵) ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ لمبا اور ۱۴ فیٹ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۶ انچ اونچا ایک کمر ہے تو بتاؤ کتنے مربع
 فیٹ کاغذ اسکی دیوار ون کے منڈھنے میں صرف ہوگا۔

(۸۶) ایک مستطیل ۴ فیٹ سے ۴۸ فیٹ ہی تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جبکہ مجموعہ اضلاع
 اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

(۸۷) ایک مستطیل میں ۳۲۳ مربع فیٹ ہیں طول اسکا بہ نسبت عرض سے چند ہو تو اوس ضلع دریا کرو
 (۸۸) سات کاغذ کے تختوں کا وزن ۲ ۱/۲ تولہ ہو اور تختہ ۹ انچ سے ۶ ۱/۲ انچ ہی تو اوسی قسم کے کاغذ
 کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۸ ۱/۲ انچ سے ۱۱ انچ ہو۔

(۸۹) مثالیں کائنات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع آپس میں برابر ہوں
 تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا۔

(۹۰) مثالیں دیکھ کر کائنات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل کا اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع برابر ہوں
 تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بعد اوس مربع کے زیادہ ہوگا جبکہ اضلاع برابر ہوں اور مستطیل کے
 اضلاع کے تفاوت کے ہو۔

(۹۱) ایک کیتھ جریب ۱۰ گتھو طول میں اور ۴ جریب ۷ گتھ عرض میں ہے اسکا لگان
 بشرح ایک دیکھو ۱۳ جریب کے دریاقت کرو۔

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۲۳۴ گز لمبا اور ۲ گز چوڑا ہو اور اس کا لگان بشرح ۲ پونڈہ اشٹاگٹ ایک گز دریافت کرو
(۹۳) ایک صحن مستطیل ۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہو تو بتاؤ اس کے فرش میں ۴ فیٹ ۳ انچ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی۔

(۹۴) اگر مربع فیٹ میں بکری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک مربع صحن میں چھ فیٹ ۳ گز بے بکری ڈالنے میں کیا لاگت لگے گی۔

(۹۵) ایک قبة ۳۴ فیٹ ۲ انچ سے ۶ فیٹ ۶ انچ ہو اس کے فرش میں ۶ روپائی مربع گز حساب کیا صرف ہوگا
(۹۶) ایک بازار کا طول افرنگٹ گز ۶ انچ ہے اور اس کا عرض ۲۲ گز ۶ انچ ہو تو ۱۶ آنہ فی گز کے حساب اس کے فرش میں کیا لاگت لگیگی۔

(۹۷) ایک فم الزویہ میدان ۶۶ فیٹ طول میں اور ۸ فیٹ عرض میں ہو اور اس میں چاقوم قطعے گماں کے بنے ہوئے ہیں اور ہر ایک قطعہ ۲۲ فیٹ ۱۶ فیٹ سے ۸ فیٹ ۱۰ فیٹ ہو تو بتاؤ باقی زمین کے فرش میں ۱۶ آنہ مربع گز کے حساب کیا لاگت لگیگی۔

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۵ گز طول میں اور ۶ گز عرض میں ہو اور اس کے اندر چارہ یکساں عرض کی شرک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہو تو ۲ روپائی مربع گز کے حساب سے اس شرک کے درست کرنے میں کیا لاگت لگیگی۔

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جس کے فرش بنانے میں ۳ روپائی فی مربع گز کے حساب ۴۸ روپیہ ۶ روپائی صرف ہوئے تو بتاؤ اس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے۔

(۱۰۰) ۳۲ پائی گز کے حساب ایک مربع باغ کے گرد پٹ بنوانے میں ۲۲ روپیہ ۳ روپیہ ۶ پائی صرف ہو تو اس بارہ کا ضلع دریافت کرو۔

(۱۰۱) ایک مربع کھیت کا لگان ۳۳ روپیہ ۶ روپائی ہو اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۶ روپائی فی ایکڑ ہے اگر اس کھیت کے گرد چارہ کی کھین اور اس میں ۱ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی۔
جن کمروں کے طول و عرض فیٹ میں ہوں تو بتاؤ ان کے فرش کیسے کتنے گز کر کے کی ضرورت ہوگی۔

(۱۰۳) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا اگر عرض کا
 (۱۰۴) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا اگر عرض کا
 (۱۰۵) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲ انچ عرض کا
 (۱۰۶) ۱۷ فیٹ ۲ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۲ انچ عرض کا
 (۱۰۷) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
 (۱۰۸) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
 کروٹ کا طول اور عرض اور کپڑے کی قیمت معلوم ہو اور انکے فرش کی قیمت پتھر کی مثالوں میں دریافت کرو
 (۱۰۹) ۱۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۶ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑے کی اور پانی مربع فیٹ
 (۱۱۰) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ قیمت کپڑے کی اور پانی مربع گز
 (۱۱۱) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑے کی قیمت ۲ اور پانی مربع گز
 فرش کی قیمت ان کروٹ میں دریافت کرو طول عرض کروٹ کا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے
 (۱۱۲) ۳۴ فیٹ ۵ انچ سے ۱۸ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۲ اور پانی گز
 (۱۱۳) ۱۰ فیٹ ۹ انچ سے ۱۷ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۲ اور پانی گز
 (۱۱۴) ۱۵ فیٹ ۱۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑے کا عرض اگر ۱۱ انچ اور کپڑے کی قیمت ۶ گز
 (۱۱۵) ۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ گز
 (۱۱۶) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۳ فیٹ ۵ انچ کپڑے کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ گز
 (۱۱۷) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ اور پانی گز
 (۱۱۸) ۱۷ فیٹ ۶ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۰ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ اور پانی گز
 (۱۱۹) ۲۵ فیٹ لمبے فرش میں مربع گز کا فرش ۲ روپیہ ۱۳ کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑے کا عرض کیا ہے
 (۱۲۰) ایک مربع وسط میں ۱۳ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۹ انچ لمبا فرش کیا ہوا ہے تو بتاؤ یہ کتنا
 فرش ہے اور ۲۰ انچ عرض کا کپڑا ۴ اور پانی گز کا کتنا اور کس قیمت کا او میں صرف ہوگا۔

اور اگر فرش کے کنارے اور دیواروں کے درمیان سب جگہ ۲ میٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہے گی۔

(۱۲۰) ۲۳ میٹ لمبا ۱۸ میٹ چوڑا اور ۱۲ میٹ اونچا ایک کمرہ ہے تو اوسکی دیواروں میں ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا۔

(۱۲۱) ۲۴ میٹ لمبا ۱۹ میٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۲ میٹ اونچا ایک کمرہ ہو اور پون گز عرض کا کاغذ ہے تو بتاؤ اوسکی دیواروں میں کتنا کاغذ صرف ہوگا۔

(۱۲۲) ۲۴ میٹ لمبا اور ۱۶ میٹ چوڑا اور ۱۲ میٹ اونچا ایک کمرہ ہے تو دیواروں پر کاغذ لگانا کتنا صرف پانی مربع گز کے حساب سے دریا منت کرو۔

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۲ انچ لمبا اور ۶ گز ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ میٹ بلند ہو اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہے اور اوسکی میت و پائی گز ہے تو بتاؤ اوس کمرہ کے کاغذ سنڈھنے میں کیا صرف ہوگا۔ پانی

(۱۲۴) ۲۴ میٹ لمبا ۱۹ میٹ چوڑا ۱۱ میٹ بلند ایک کمرہ ہو ایک مربع گز کی سفیدی پرانے میں ۳

صرف ہوتے ہیں اور ایک آتش دان ۴ میٹ ۶ انچ طول میں اور ۲ میٹ عرض میں ہو اور ایک دروازہ ۲ میٹ بلند اور ۲ میٹ عرض میں ہو اور دو کھڑکیاں ۶ میٹ ۶ انچ سے ۵ میٹ ہیں تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے میں کیا صرف ہوگا۔

بارہویں فصل متوازی الاضلاع

(۱۲۵) (۱۲۶) (۱۲۷) (۱۲۸) میں ہم نے ثابت کیا ہے کہ متوازی الاضلاع اوس قاعده کے برابر ہوتی ہے جس کا قاعدہ اور ارتفاع برابر متوازی الاضلاع کے ہو۔

(۱۲۹) متوازی الاضلاع کا قاعدہ دریا منت کرو۔

قاعدہ قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب قاعدہ ہوگا۔

(۱۳۰) مثالیں

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ میٹ اور عرض ۳ میٹ ہے

۳ × ۵ = ۱۵ پس قاعدہ مربع میٹ ہے

۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۱ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ
 ۳ فیٹ ۱ انچ = ۲۵ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ
 $۲۵ \times ۲۷ = ۶۷۵$ اس قہر ۱۱۵ مربع انچ ہے
 یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۱ انچ = ۳۷ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ فیٹ
 $۳۷ \times ۲۷ = ۹۹۹$ اس قہر ۱۱۵ مربع فیٹ ہی
 (۱۲۶) اگر متوازی الاضلاع کا قہر اور دو استوار ارتفاع اور قاعدہ میں سے ایک معلوم ہو
 تو دوسرا موافق دفعہ (۱۳۶) کے معلوم ہو سکتا ہے
 (۱۳۷) اب ہم بعض مثالیں شق کے واسطے حل کرتے ہیں
 (۱) عین کا قہر ۱۰ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۵ فیٹ ہو اس کا ارتفاع دریافت کرو
 $\frac{۱۰}{۵} = ۲$ اس ارتفاع ۲ فیٹ ہی
 (۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلع ۵ فیٹ اور ۱۴ فیٹ ہیں اور اس کا قہر ۱۵ مربع
 قہر ہو دو مثال ہی جبکہ مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ کی ہی تو اس کا ارتفاع دریافت کرو
 متوازی الاضلاع مجموعہ اضلاع ۱۴ + ۵ = ۱۹ فیٹ یعنی ۲۸ فیٹ ہو اس کے معلوم ہوا کہ اس مربع کا ضلع
 جبکہ مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کی برابر ہو ۱۲ فیٹ ہو اس کے مربع کا قہر ۱۴۴ مربع فیٹ
 ہو شق ۱۳۷ کے متوازی الاضلاع کا قہر ۱۴۴ مربع فیٹ کی ۱۲ یعنی ۱۲ مربع فیٹ کے برابر ہو اب اگر ہم اس ضلع کو
 جوہ فیٹ طول میں ہی قاعدہ بنائیں تو ارتفاع ۱۲ یعنی ۱۲ فیٹ ہو گا اور ۱۲ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ
 بنائیں تو ۱۲ یعنی ۱۲ فیٹ ارتفاع ہو گا۔

(۳) عین کا ہر ایک ضلع ۸ فیٹ ہو اور اس کا ایک قطر ہی ۸ فیٹ ہو اس کا قہر دریافت کرو۔
 اس قطر کے کیچے سے عین دو مثلث متساوی الاضلاع بنیں تقسیم ہو گا اور بموجب دفعہ (۶) کے
 ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۸ فیٹ ہو اور یہ ارتفاع برابر عین کے ارتفاع کی ہی ہو پس
 عین کا قہر مربع فٹوں میں ۸۴۸۸۸۸۸۸ یعنی ۲۸۰۰۰ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

بارہویں فصل کی مثالین

ستواری الاضلاعوں کے رقبے دریافت کرواؤنکے قاعدے اور ارتفاع یہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۴ اگر ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۵ اگر فیٹ ارتفاع ۱۱ اگر افٹ

(۳) قاعدہ ۶ اگر فیٹ ۲ اینچ ارتفاع ۴ اگر فیٹ ۸ اینچ (۴) قاعدہ ۱۲ اگر فیٹ ۱۲ ارتفاع ۴ اگر فیٹ ۱۲

ستواری الاضلاعوں کے مربیع اور قاعدے تفصیل فیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فیٹ قاعدہ ۵ اگر (۶) رقبہ ۳۱۲ ایکڑ قاعدہ ۲۲ گز

(۷) رقبہ ۹۳ مربع فیٹ ۴۰ مربع اینچ قاعدہ ۵ گز افٹ ۷ اینچ

(۸) رقبہ ۱۰ مربع گز مربع فیٹ ۳۳ مربع اینچ قاعدہ ۱۳ گز افٹ ۹ اینچ

(۹) ایک ستواری الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ اینچ ہو اور اس کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ اینچ قاعدہ کے

متصل کا ضلع ۳ فیٹ ہے تو مقابل کے ضلع کے کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو اس کا

طول دریافت کرو۔

(۱۰) ستواری الاضلاع کے متصل ضلع ۸ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین اور اس کا رقبہ نصف مربع ہو جس کا مجموعہ

اضلاع بارہویں الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کو ہو تو مقابل کے اضلاع کو درمیان فیصلہ عودی دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہو اور اس کا قطر ۲ فیٹ ہو اور اس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہو اور ہر اکین وہ کمان دو چند ہو ایک یو یہ خروسی ہو اور اس کا رقبہ دریافت

تیرہویں فصل مثلث کے بیان مین

(۱۳۸) دفعہ (۲۰) مین ہینے ثابت کیا ہو کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے

جس کا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو ہی قاعدہ

ذیل کی دلیل ہے۔

(۱۳۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا
یہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ میں ضرب دین یا
قاعدہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کا نصف لین سب صورتوں میں نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا۔

(۱۵۰) مثالیں

(۱) قاعدہ مثلث کا گز اور ارتفاع ۴ میٹ ۶ انچ ہے۔

گز = ۹ فیٹ ۴ میٹ ۶ انچ = ۴ میٹ ۲ فیٹ

$\frac{1}{2} \times 9 = 4 \frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ کا $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ = ۲۰ = ۲۰

پس رقبہ ۲۰ میٹ مربع فیٹ ہے۔

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ میٹ اور ارتفاع ۳۶ میٹ ہے۔

۳۶ کا نصف ۱۸ ہے ۱۸ × ۴۵ = ۸۱۰ پس ۸۱۰ مربع میٹ رقبہ ہے۔

(۱۵۱) اگر ہم مثلث کا رقبہ اور اس کی دو متدائیں کا کیا متدا یعنی قاعدہ اور ارتفاع میں

سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہو سکتا ہے اس واسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دو چند کریں

اور اس کو ارتفاع کے عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دو چند رقبہ کے

عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کے تین ضلع معلوم ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ تینوں ضلعوں کے نصف مجموعہ میں سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور تینوں باقیوں

اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپس میں ضرب دو حاصل ضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا۔

(۱۵۳) مثالیں

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہیں۔

۲ فیٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$۳۰ + ۲۸ + ۲۶ = ۸۴$ اور ۸۴ کا $\frac{1}{2} = ۴۲$

$$۱۲ = ۳۰ - ۲۲ \text{ اور } ۱۴ = ۲۸ - ۱۴ \text{ اور } ۱۶ = ۲۴ - ۸$$

$$۱۲ \times ۱۴ \times ۱۶ = ۲۰۱۶ \text{ پس } ۲۰۱۶ \div ۱۲ = ۱۶۸ \text{ کا جزر } ۱۲.۳۶$$

پس ۱۲.۳۶ مربع انچ رقبہ ہے

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۲، ۲۵ و ۲۴ فیٹ ہیں

$$۲۴ + ۲۵ + ۲۲ = ۷۱ \text{ اور } ۷۱ \div ۲ = ۳۵.۵$$

$$۱۲ \times ۳۵.۵ = ۴۲۶ \text{ اور } ۱۴ \times ۳۵.۵ = ۴۹۷ \text{ اور } ۱۶ \times ۳۵.۵ = ۵۶۸$$

$$۴۲۶ + ۴۹۷ + ۵۶۸ = ۱۴۹۱ \text{ اور } ۱۴۹۱ \div ۳ = ۴۹۷$$

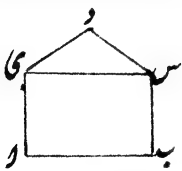
$$۴۹۷ \div ۱۲ = ۴۱.۴۱۷ \text{ کا جزر } ۶.۴۳ \text{ رقبہ } ۶.۴۳ \times ۶.۴۳ = ۴۱.۴۱۷$$

حاصل ہونگے پس رقبہ ۲۹۹.۶۴۴ مربع فیٹ کے قریب قریب ہے۔

(۱۵۴) اب ہم بعض مثالیں مشق کے لئے حل کرتے ہیں۔

(۱) ایک مدرسہ کی چیت سلامی کی بنی ہوئی ہو اور سکاء ضرب ۲۰ فیٹ ہو اور دیواریں دیکی زمین سے

۳۰ فیٹ بلند ہیں اور چیت کی لگڑ کا فاصلہ اولی سے ۱۰ فیٹ ہو تو اس مدرسہ کا فاصلہ تہلاؤ



یہ شکل مستطیل اور مثلث ہو کہ بتائی جائے عرض ہے

اور دیواروں کی بلندی یعنی اونچی یا باریک ۳۰ فیٹ ہے

اور اولی سے چیت کا عمودی فاصلہ وہ عمود ہے جو

نقطہ دے جس پر کھانا چیت کے سب بلند حصے کو لگاتے ہیں اس لئے دگر پر ہے اور مثلث

جی دس کو لامنی کی چیت کہتے ہیں اور جہاں چیت دیوار ملی ہے اسے اولی کہتے ہیں۔

اب بیان مستطیل اور س جی کا رقبہ ۲۰ × ۲۰ مربع فیٹ یعنی ۴۰۰ مربع فیٹ ہیں اور مثلث کا رقبہ

۲۰ × ۵ مربع فیٹ یعنی ۱۰۰ مربع فیٹ ہے پس کل رقبہ ۵۰۰ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک منکھ یک فیٹ ہو اور سکاء رقبہ دریافت کرو

$$\text{نصف مجموعہ اضلاع} = \frac{۳}{۲} \text{ اور } \frac{۳}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}$$

یعنی $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ اس واسطے رقبہ میں تعداد مربع نمون کی $\frac{3}{4}$ کا جذر ہے یعنی ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو سطح ہی حاصل کر سکتے ہیں کہ دفعہ (۶۵) میں ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع جذر ۳ کا نصف ہے اس واسطے جو جب دفعہ (۱۳۹) کے رقبہ مثلث کا اس کے جذر کے اکا ہی چوتھائی ہے پس تخمیناً ۴۳۳ مربع فیٹ رقبہ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک عمل کرو تو ۴۳۳.۱۲۷ مربع فیٹ رقبہ نکلیگا۔

(۳) شملت قائم الزامیہ کی اصلاح فیٹ اور امینٹ پرینی اویہ قائمہ سہو تر پر عود نکالین اور اسکا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عود سے ہوں اور نہجای طول دریافت کرو۔

بموجب دفعہ (۱۴۹) کے سٹلٹ کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے

بموجب دفعہ (۵۵) کے وتر کا طول، افسٹ ہر

بموجب دفعہ (۱۵) کے عموماً $\frac{1}{2}$ فیٹ یعنی $\frac{1}{4}$ فیٹ ہی

بہوجب فنعہ (۶۰) کے عمود سحر و جھوٹے سہنگے اور نہیں سچے چٹوا حصہ

۱۸۷۱-۱۲/۱۲ × ۱۲/۱۲ کا جذر یعنی ۴۲ - ۱۲/۱۲ کا جذر یعنی ۱۲

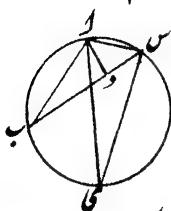
۴۰۹۶ کا جذبی $\frac{۶۴}{۲۸۹}$ اس واسطے دوسرے حصہ ۱۰ - $\frac{۶۴}{۱۲}$ یعنی $\frac{۲۲۵}{۱۲}$ ہے

۴۸۸
۱۰) مثلث کو ضلع معلوم ہیں جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جائے اوس کا قطر دریافت کرو جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہیں اوس کے اربعے ہر نتیجہ نکلتا ہے اور یہی معلوم ہوتا ہے کہ مسائل

ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح ہوتی ہے
 فرض کرو کہ رب س مثلث ہے اور اسی اوپر دائرہ کا قطر ہے

آدمودسیر ملاؤس می

بہوجیب فہم (۳۳) زاویہ اس جی قائمہ نہیں سکتے وہ زاویہ دو دب کی برابر ہے اور



موجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ دہی اس برابر ہی زاویہ رب دے اس واسطے موجب دفعہ (۳۲) کے رب اور برابر ہو زاویہ دہی اس کے
اس واسطے موجب دفعہ (۳۴) کے مثلث رب و اور دہی اس متشابہ ہیں پس رب کو ارد سے وہ نسبت
ہو جو دہی کو ہی اس سے اور اس واسطے رب \times اس = ارد \times دہی

پس دہی = $\frac{\text{رب} \times \text{اس}}{\text{ارد}}$ = $\frac{\text{رب} \times \text{اس}}{\text{ارد} \times \text{اس}}$
پس اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ مثلث کے اوپر جو دائرہ بنایا جائے اس کا قطر برابر ہی اس خاصیت
کے جو تینوں اضلاع کے حامل ضرب کو مثلث کے دو چند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے۔
مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کو ۲۰ انچ اور ۲۰ انچ اور ۲۰ انچ ہیں تو موجب دفعہ (۱۵۳) کے
۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہی پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچوں میں۔

$$\frac{1}{2} \times 20 = \frac{95}{2} = \frac{30 \times 20 \times 20}{336 \times 2} =$$

تیرہویں فصل کی مشالین

مشالوں کی ابتدا بقضیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبہ دریافت کرو

- (۱) قاعدہ ۱۸ اینٹ ہی ارتفاع ۸ اینٹ ہی
- (۲) قاعدہ ۸ گز ۸ اینٹ ہی ارتفاع ۵ گز ۲ اینٹ ہی
- (۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ اینٹ ۶ اینٹ ہی ارتفاع ۸ گز ۱۲ اینٹ ہی
- (۴) قاعدہ ۱۲ جریب ۵ اکڑی ہی ارتفاع ۱۲ جریب ۲ اکڑی ہی
- قائم الزاویہ مثلثوں میں ابتدا بقضیل ذیل معلوم ہیں ان کا رقبہ دریافت کرو
- (۵) وتر ۲۲۱ ہر اضلاع ۲۹ ہی
- (۶) وتر ۳۳۰ ہی اور اضلاع ۱۵۲ ہی
- قائم الزاویہ مثلثوں میں ابتدا بقضیل ذیل معلوم ہیں ان کا رقبہ تقریباً دریافت کرو
- (۷) وتر ۱۰ ہے اور اضلاع ۷ ہے۔

(۸) وتر ۱۳ ہر ضلع ۹ ہر

مثلثوں کے اضلاع تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبہ دریافت کرو۔

(۹) ۶۵ ۵۵ ۱۱۲ (۱۰) ۶۵ ۴۵ ۱۱۲

(۱۱) ۸۵ اور ۸۵ ۱۵۳ (۱۲) ۳۶۳ ۳۶۳ ۵۰۴

(۱۳) ۶۸ ۶۵ ۶۸ (۱۴) ۲۰ ۴۹ ۵۰۶

(۱۵) ۱۰۵ ۱۱۴ ۱۲۳ (۱۶) ۱۱ ۱۶۵ ۱۶۹

(۱۷) ۸۸۸ ۸۶۵ ۴۴۳ (۱۸) ۳۱۹ ۴۴۳ ۴۵۵

(۱۹) ۸۸۸ ۸۶۵ ۵۳۳ (۲۰) ۳۵۰ ۳۶۰ ۳۶۰

(۲۱) مثلثوں کے اضلاع تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کو تین تین متوالیہ اضلاع کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ ۳ ۳ (۲۲) ۶ ۶ ۹

(۲۳) ۸ ۶ ۱۳ (۲۴) ۱۵ ۱۶ ۱۶

(۲۵) ۲۳ ۳۳ ۴۳ (۲۶) ۱۶ ۴۳ ۶۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ ۲۴ ۳۱ ہیں تو ثابت کرو کہ رقبہ اوس کا ۳۸۶۶ ہر

(۲۸) مثلث کے اضلاع ۶۱ ۶۲ ۶۳ ہیں تو ثابت کرو کہ رقبہ ۸۶۴ ہر

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۶۸ ۷۵ ۷۷ ہیں بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہو کیجا گیا

ہے اور باقی ضلعوں کو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہو تو رقبہ مثلث کے دو نوجو حصوں کا جہنم وہ تقسیم ہوتا ہو دریافت کرو۔

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱ اور ۱۶ اور ۱۶ ہیں بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے

ہوئے کیجئے گئے ہیں اور باقی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں تو

مثلث جو تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے ان کا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے اضلاع ۱۳ ۱۴ ۱۵ ہیں مقابل کے زاویہ سے جو ۴۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود نکلے گا اور سکو دریافت کرو۔

(۳۲) مثلث کو اضلاع ۵۱، ۵۲، ۵۳ فیٹ ہیں تو ۵۴ فیٹ کو ضلع پر مقابل کے زاویہ جو عمود نکلا جا
اوسے دریافت کرو اور مثلث اس عمود پر جن دو حصوں میں تقسیم ہوا اور کنار قبہ دریافت کرو
(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہو اور اس کے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دونوں انجا مولوں سے ۴۵ فیٹ
اور ۵۰ فیٹ کو فاصلہ پر قرار کیا گیا ہو تو اون چاروں مثلثوں کا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ
مربع کے کونوں میں خطوط ملانے سے پیدا ہوں

(۳۴) اب اس ایک مثلث ہو اور نقطہ آ سے بس پر عمود نکلا ہو اگر ۱۳ فیٹ اور عمود جو
آ سے اب اور اس پر شالین ۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہوں تو مثلث کے ضلع اور اس کا رقبہ دریافت کرو
(۳۵) ایک ترکون کسیت کا قاعدہ ۱۱۹۹ گری ہو اور ارتفاع ۳۸ گری اور وہ کسیت ۲۲ روپہ کو فرو
ہو تو بتاؤ کسیت فی ایک کس بہاؤ سے فروخت ہوا۔

(۳۶) ایک مثلثی کسیت کو اضلاع ۳۵، ۴۵ اور ۵۰ گز ہیں اور ۲۹۲ روپہ کو وہ کسیت فروخت
تو بتاؤ فی ایک کیا قیمت کسیت کی ہے۔

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵، ۶، ۷ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو۔
(۳۸) ایک کسیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اسکے زاویہ قائمہ کو محیط ضلع ۱۰ گز اور ۲ گز نیز
اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔ اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصوں میں تقسیم
کرین تو ہر ایک حصہ کا رقبہ دریافت کرو

(۳۹) ایک مثلث کو اضلاع میں وہ نسبت ہو جو اعداد ۵، ۱۲، ۱۳ میں اور مجموعہ اضلاع ۵۰ گز ہے
مثلث کا رقبہ یافت کرو۔

(۴۰) اضلاع مثلث میں وہ نسبت ہو جو اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ میں اور مجموعہ اضلاع ۵۰ گز ہے مثلث کا
رقبہ دریافت کرو۔

(۴۱) روپائی گز کے حساب سفیدی کرانی ایک گز کی چیت کی دریافت کرو اور یہ چیت سلامی کی

نی ہوئی ہو اور سکا عرض ۲۷ فٹ ہو اور زمین سے ۳۳ فٹ بلند اولتی ہو اور چیت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فٹ ہو۔

اور ان اثر و کم قطر دریافت کرو جو ان مثلثوں پر بنائی جائیں جنکے ضلعے تفصیل ذیل ہیں۔

$$۹۹ (۳۲) \text{ و } ۱۲۵ \text{ و } ۱۳۶$$

$$۶۸۵ (۳۲) \text{ و } ۲۹۳ \text{ و } ۲۸۵$$

$$۲۹۴ (۳۵) \text{ و } ۲۳۴ \text{ و } ۱۶۱$$

$$۱۲۳ (۳۴) \text{ و } ۱۲۴ \text{ و } ۹۹$$

چودھویں فصل ذواریعہ الاضلاع کے بیان میں

(۱۵۵) دیکھو یہی ہر ذواریعہ الاضلاع دو مثلثوں میں تقسیم ہو سکتی ہو اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہو اسلئے کہ ان دو مثلثوں کے رقبوں کا مجموعہ ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ہو گا۔

(۱۵۶) مثالیں

(۱) ذواریعہ الاضلاع ا ب س و کا وتر ا س ۱۲ فٹ ہو اور عمود

ب ج ۳ فٹ ہو اور عمود د ق ۴ فٹ ہو

$$\text{رقبہ مثلث ا ب س} = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

$$\text{رقبہ مثلث ا ب د} = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

$$۴۲ = ۲۴ + ۱۸$$

پس ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فٹ ہو

(۲) ذواریعہ الاضلاع کا وتر ۸ گز ہے اور عمود

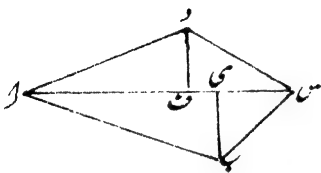
مقابل کے ضلعوں سے وتر پر کالے گئے ۲۰ گز

اور ۲ گز ہیں رقبہ دریافت کرو

$$\frac{1}{2} \times ۸ \times ۲۰ = ۸۰ \text{ اور } \frac{1}{2} \times ۸ \times ۲ = ۸$$

$$۸۸ = ۸۰ + ۸$$

پس ذواریعہ الاضلاع کا رقبہ ۸۸ مربع گز یعنی نصف ایکڑ



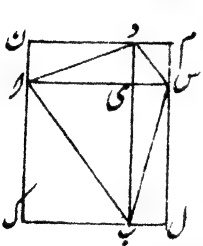
(۱۵۷) دنتہ گذشتہ کی مثالوں میں اور اسی قبیل کے اور مثالوں میں ظاہر ہو کر ہے کہ جب اس کے قریب کا جواہد احساب لگائیں ہم اس قاعدہ کو کام میں لاسکتے ہیں کہ عمودوں کے مجموعہ کو وتر میں ضرب دیں اور حاصل ضرب کا نصف لے لیں۔

دفعہ (۱۵۷) کی اول مثال میں عمودوں کا مجموعہ ۵۵ فیٹ ہے اس لیے مربع فٹوں میں قریب

$$= \frac{1}{4} \times 12 \times 22 = 66 \text{ اور دوسری مثال میں عمودوں کا مجموعہ ۵۵ ہے}$$

$$\text{اور اس لیے واسطے مربع گزوں میں قریب} = \frac{1}{4} \times 55 \times 88 = 1210$$

(۱۵۸) خاص صورتوں میں جنہیں تراکب دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں



قریب دریا کر نیکا قاعدہ ہے کہ وتر کے صاف ضرب کا نصف لے لو

شکل کیجیے یہ قاعدہ بھی معلوم ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ رب س

ایسی ذوارقہ الاضلاع ہے جس کے وتر اس اور رب الیٰں دس گویا

قائم زاویہ پر قطع کرتے ہیں اور ہی نقطہ تقاطع ہی نقطہ ر اور س ہے

ب د کو متوازی خطوط تقسیم اور نقطہ ب اور د ہی اس کو متوازی خطوط تقسیم کالو۔

اب قائم الزاویہ کل م ن ب کے یہ بات آسانی سے سمجھ میں آتی ہے کہ مثلث اسی ب برابر ہے مثلث

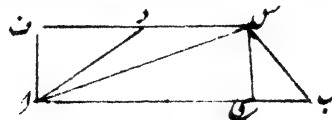
ب ک ر کے اور مثلث س م د برابر ہے مثلث د م س کے اور مثلث ب م س برابر ہے مثلث

س ب ل کے اور مثلث د م د برابر ہے مثلث د م د کے اور ذوارقہ الاضلاع اسی ب و قائم الزاویہ

کل م ن ب ہی نصف ہے اور اس لیے ذوارقہ الاضلاع اس اور ب کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) ہمیں قطر الیٰں دس گویا زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں اس لیے قاعدہ مذکورہ بالا میں متعلق ہو سکتا ہے

(۱۶۰) اکثر درز لقمہ کے قریب دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کرتے ہیں



فرض کرو کہ رب س ذوارقہ الاضلاع ہے جس کے ضلعے رب اور س د متوازی ہیں نقطہ س سے

سے سی عمود اب پر اور آسے ان عمود سے دہر نکالو تو

رقبہ مثلث ارب س = $\frac{1}{2}$ ارب س سی

رقبہ مثلث ادس = $\frac{1}{2}$ س د س ان

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہیں کہ ان = سی اس واسطے کہ ذوارقبة الاضلاع کا رقبہ برابر ہے صلیف
سے سی اور نصف مجموعہ ارب اور س کے اس واسطے قاعدہ ذیل سے مستنبط ہوتا ہے۔

(۱۶۱) ذوزنقہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ دو نو متوازی ضلعوں کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہو اس کو دو نو متوازی ضلع کے
مجموعہ میں ضرب دو نصف حاصل ضرب ذوزنقہ کا رقبہ ہوگا۔

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزنقہ کے متوازی ضلعے فیٹ ۴ اینچ اور فیٹ ۲ اینچ ہیں اور ان کے درمیان عمودی فاصلہ فیٹ ۸ اینچ ہے
۲ فیٹ ۴ اینچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ ۲ اور ۳ فیٹ ۲ اینچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ ۳
افٹ ۸ اینچ = $\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$$

پس ذوزنقہ کا رقبہ $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 8$ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوزنقہ کے متوازی ضلعے ۳۲ فیٹ اور ۴۸ فیٹ ہیں اور فاصلہ عمودی اس کے
درمیان ۱۸ فیٹ ہے

$$۳۲ \times ۱۸ = ۵۷۶ + ۴۸ \times ۱۸ = ۵۷۶ + ۸۶۴ = ۱۴۴۰$$

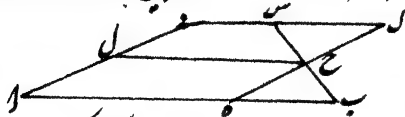
$$۱۰۶۹۸۲ = ۲۵۱۸ \times ۴۲۹$$

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۱۰۶۹۸۲ مربع فیٹ ہے

(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کر لیا نہایت سیدھا سادہ دفعہ (۱۶۰) میں

قائم کیا ہے مگر ایک اور عمل بحسب ادر عمدہ ہوا اس کا بھی ذکر کرتے ہیں

فرض کرو کہ رب سن ذواربعۃ الاصلاع ہے جس کے اصلاع دس اور رب متوازی ہیں پس اس کے نقطہ وسط
ح سے خط مستقیم ح ک متوازی او کا نکالو



جو اصلاع متوازی یہی نقاط ک اور ہ پر ملے

تو مثلث بی ج ہ اور س ح ک برابر ہیں اس لئے ذواربعۃ رب سن متوازی الاصلاع ارک دو کو برابر ہے

اور چونکہ ہ ب برابر ہیں اس کے استقامت ہوتا ہے کہ رب اور س د کا نصف مجموعہ ارہ ہے

پس فی ذراعۃ اوس متوازی الاصلاع کے برابر ہیں جب کا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اصلاع متوازیہ کی ہے اور او

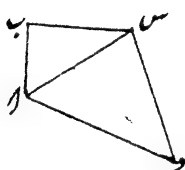
ارتفاع برابر او کو درمیانی عمودی فاصلہ کو جو اس قاعدہ دفعہ (۱۶۱) کا ثابت ہوتا ہے نقطہ ح سے

ایک خط مستقیم متوازی رب کا اور اسے نقطہ ل پر ملتا ہوا کیچو تو ل د کا نقطہ وسط ل ہے

اور ل ح = ارہ پس نصف مجموعہ اصلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہے جو باقی اصلاع

نقاط وسط میں ملائیں۔

(۱۶۴) اب ہم چند مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں



۱) اب س ذواربعۃ الاصلاع ہے

رب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۴ فیٹ اور د ل = ۷ فیٹ

اور زاویہ رب س قائمہ ہے ذواربعۃ الاصلاع کا رقبہ دریا کرو

موجب دفعہ (۵۵) کے اس برابر ہے ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے پس اس = ۵

مثلث رب س کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۳ \times ۴ = ۶$

مثان اس د کا رقبہ موافق دفعہ (۱۵۲) کے اسطرح حاصل ہوتا ہے کہ

$۲ = ۷ - ۵$ اور $۳ = ۴ - ۵$ اور $۴ = ۵ - ۵$ اور $۵ = ۱۸ - ۱۳$ اور $۶ = ۲۵ - ۱۹$

$$۲۱۶ = ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۶$$

۲۱۶ کا جذر پورا نہیں نکل سکتا اگر جذبین تن مرتبہ عشریہ کی نکالیں تو مکمل ہو ۱۴۹ اور ۱۳۵ حاصل ہوں گے

پس ذوالربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۶۹ مربع فیٹ ہے
(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو اور اس کے ضلع کا طول ہی
اور ارتفاع ہی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times 80 \times 60 = 2400$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہے
معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتے ہیں پس ضلع کے طول دریافت کرنے کے واسطے
اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جس کے ضلع ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہیں دریافت کرو بموجب (۵۵)
وتر ۵۰ کا جذری یعنی ۵۰ ہی پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

$\frac{2400}{50} = 48$ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودہویں فصل کی مثالین

ذوالربعۃ الاضلاعوں کی ابتدا بقضیل ذیل معلوم ہیں اون کے رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۸۰ اور ۵۰ فیٹ عمود ۱۲ اور ۱۰ فیٹ

(۲) وتر ۴۴ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۹ اینچ اور ۱۸ اینچ ۳ اینچ

(۳) وتر ۴ جریب ۴ کڑی عمود ۲ جریب ۲ کڑی اور ۱ جریب ۱ کڑی

(۴) وتر ۴ جریب ۲ کڑی عمود ۲ جریب ۵ کڑی اور ۱ جریب ۵ کڑی

(۵) وتر ۱۸ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمود ۱۶ گز ۱۶ فٹ

(۶) ذوالربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۳۰ اکبرہ روڈ ۱۶ پول وراکت ترہ ۲۵ جریب ن عمود و مجموعہ دیا
کر جو مقابل کے زاویوں سے وتر پر نکالین

اشکال ذوزنقہ کی ابتدا بقضیل ذیل معلوم ہیں اون کے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں عمودی فاصلہ ۱ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہیں عمودی فاصلہ ۲ فیٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۴ گز اور ۲ گز ہیں عمودی فاصلہ ۱۲ گز

- (۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ گری عمودی فاصلہ ۱۶ گری
- (۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ گری عمودی فاصلہ ۲۴ گری
- (۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰ گری اور ۲۲۵ گری عمودی فاصلہ ۵۴۰ گری
- (۱۳) ایک فی زرقہ کا رقبہ ۱۶ ایکڑ مجموعہ اضلاع متوازیہ ۴۲ گری اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو
- (۱۴) ایک فی زرقہ کا رقبہ ۱۶ ایکڑ روڈ اپول ہوا اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۴ گری فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو۔
- (۱۵) مثال میں ایک خط تقسیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسطین کہی جا تو ذر زرقہ جن دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۶) مثال میں خط تقسیم متوازی الاضلاع متوازیہ کی اس طرح کیجئے گئے کہ باقی اضلاع متوازیہ حصوں میں تقسیم کرتے ہیں ان خطوط کی ذر زرقہ جن میں جن حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۷) ذواربۃ الاضلاع کے وتر ۲۶ فینٹ اور ۲۴ فینٹ ہیں اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ قطع کرتے ہیں اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۸) ایک عین کے وتر ۱۶ گز اور ۱۱ گز ہیں اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۹) ایک عین کے قطر ۱۶ گز اور ۱۴ گز ہیں اونکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ فی گز مربع کے حساب بتاؤ کہ اسکے فرش بچانے میں کیا صرف ہوگا۔
- (۲۰) ایک عین کا رقبہ ۲۴۴ مربع فینٹ ہے اور ایک ترہ ۲۴ فینٹ ہے دوسرے وتر دریافت کرو۔
- (۲۱) اب جن ذواربۃ الاضلاع میں اب = ۲۸ فینٹ اور ب = ۲۵ فینٹ اور س = ۵۱ فینٹ اور د = ۲ فینٹ اور وتر اوس = ۵۳ فینٹ اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۲) اب جن ذواربۃ الاضلاع میں اب = ۳۸ جریب اور ب = ۳۰ جریب اور وتر اوس = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ سے اوس پر = ۳۰ جریب اونکا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۳) ذواربۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ فینٹ ہیں اول اول دو ضلعوں کے

در میان زاویہ قائمہ ہواوسکارقبہ دریافت کرو
 (۲۴) ایک ذریعہ الاصلع کے ضلع بالترتیب ۵۵ و ۴۵ و ۳۵ فیٹ ہیں اور ذوالصلع کے
 در میان زاویہ ۹۰ کا ہواوسکارقبہ دریافت کرو
 (۲۵) ایک چوتھرہ کے دو مقابل کے ضلع متوازی ہیں اور دو ضلع برابر ہیں اور متوازی ضلع ۸۰
 اور ۵۲ فیٹ ہیں اور مساوی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہواوسکارقبہ دریافت کرو
 (۲۶) اب سن ذوالربعہ الاصلع ہر اب = ۸۴۵ فیٹ اور ب = ۱۱۳ فیٹ اور س = ۱۰ فیٹ
 سن کا متوازی اب ہواور زاویہ اب پر قائمہ ہواوسکارقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اب سن ذوالربعہ الاصلع اب اور س متوازی ہیں اب = ۱۴۵ فیٹ اور
 سن = ۱۳۳ فیٹ اور اب اور س کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ ہر اب میں نقطہ جی
 ایسا ہو کہ جی برابر اب اور س کے نصف فرق کے ہر مثلث جی ب س کا اور ذوالربعہ الاصلع
 جی میں د کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۸) ایک معین کے قطر ۸۸ اور ۲۳ فیٹ ہیں اوسکارقبہ دریافت کرو اور اسکے ایک ضلع کا طول
 اور ارتفاع ہی معلوم کرو۔

(۲۹) معین کا رقبہ ۴۴۴۴۴۴ مربع فیٹ ہواور ایک قطر ۶۰۲ فیٹ ہو دوسرا قطر دریافت کرو
 اور ضلع کا طول اور ارتفاع ہی معلوم کرو۔

(۳۰) دو متساوی ضلع ایک ذریعہ الاصلع کے ۲۲۸ فیٹ اور ۲۰۴ فیٹ ہیں اور زاویہ درمیان ۱۰۰
 ۹۰ ہواور باقی دو اور ضلع اوسکے آپس میں برابر ہیں اور زاویہ اونسکے درمیان ۹۰ کا ہوتو ثابت کرو
 کہ اس ذریعہ الاصلع کا رقبہ مربع فٹوں میں

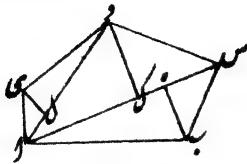
$$۲۵۹۰۰۰۰ + ۱۳۹۹۰۰۰ + ۳۸۰۰۰$$

پندرہویں فصل اشکال مستقیمہ الاصلع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمہ الاصلع کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جب تکار قبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصوں کے رقبوں کو جمع کرو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا۔

اکثر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ششی ہوتے ہیں لیکن بعض صورتوں میں اوّلین مربع یا ستوازی یا ذوزنقہ ہی ایک حصہ ہوتا ہے



(۱۶۶) شالین

۱) ارب سن سی پانچ ضلع کی شکل ہے ب و ہ اور د ک

عمود د کس پر مین اوری سی عمود د ک پر ہ و اور فٹون مین سی طول معلوم ہیں

$$۱۰۶۴ = ۱۰۶۴ \quad ۸۶۷ = ۸۶۷$$

$$۴۶۸ = ۴۶۸ \quad ۶۶۵ = ۶۶۵ \quad ۳۶۲ = ۳۶۲$$

$$\text{رقبہ مثلث ارب س} = \frac{۱}{۲} \times ۴۶۸ \times ۱۰۶۴ = ۲۴۶۹۶$$

$$\text{رقبہ مثلث ارب د} = \frac{۱}{۲} \times ۶۶۵ \times ۱۰۶۴ = ۳۵۶۸۰$$

$$\text{رقبہ مثلث ارب ی} = \frac{۱}{۲} \times ۳۶۲ \times ۸۶۷ = ۱۵۶۹۲$$

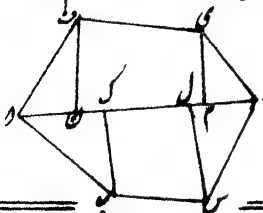
$$\text{پیش کل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین} = ۲۴۶۹۶ + ۳۵۶۸۰ + ۱۵۶۹۲ = ۷۶۰۷۸$$

۲) ارب سن سی چھ ضلع کی شکل ہے ارب ب ک اور سی ل اور مین عمود د ک پر مین طول تقصیل ذیل فٹون مین معلوم ہیں۔

$$\text{ب ک} = ۳ \quad \text{س ل} = ۲ \quad \text{م ی} = ۴ \quad \text{ن ن} = ۵$$

$$\text{د ک} = ۳۶۲ \quad \text{ا و ک ل} = ۳۶۲ \quad \text{ا و ر ن} = ۳۶۲ \quad \text{ا و م ن} = ۳۶۲$$

ان طولوں کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ د = ۱۰۶۷ اور ا م = ۸۶۷



$$\text{اس کے معلوم ہوا کہ م د} = ۸۶۷ - ۱۰۶۷ = ۲۶۱$$

$$\text{رقبہ مثلث ارب ب} = \frac{۱}{۲} \times ۳۶۲ \times ۲۶۱ = ۴۷۱۰۱$$

$$\text{رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س} = \frac{۱}{۲} \times ۳۶۲ \times ۴۶۷ = ۸۵۲$$

$$\text{رقبہ مثلث دل س} = \frac{1}{4} \times 24 \times 24 = 144$$

$$\text{رقبہ مثلث ون ف} = \frac{1}{4} \times 36 \times 36 = 324$$

$$\text{رقبہ وزقہ فن م ی} = \frac{1}{4} \times 48 \times 48 = 576$$

$$\text{رقبہ مثلث م د} = \frac{1}{4} \times 24 \times 24 = 144$$

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ ربع فٹوں میں

$$= 144 + 324 + 576 + 144 = 1188$$

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین شق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) سدس منظم کا معلوم ایک فٹ ہو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) کی شکل کی متعارف ہو سکتا ہے کہ سدس منظم چھ مثلث متساوی الاضلاعوں میں تقسیم ہو سکتا ہے اور یہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ نقطہ وسطی خط آوب ولس و دوسری ولس تک پہنچیں

اب جو جب دفعہ (۱۵۴) کی ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ ربع فٹ میں ۳ کو جذر کی $\frac{1}{4}$ ہے

اسی واسطے سدس کا رقبہ ربع فٹ میں ۳ کی جذر کے $\frac{1}{4}$ ہے یعنی ۳ کے جذر کے $\frac{3}{4}$ فٹ

(۲) ایک کثیر الاضلاع منظم بارہ ضلع کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہو اور دائرہ کا نصف قطر ایک

ہو اس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) میں ثابت ہوا ہے کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلع کی کثیر الاضلاع منظم بنائی جاوے اس کا ایک

دوم چوبیس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث ولام کے رقبہ سے بارہ گنا ہو اور

$$\text{رقبہ مثلث ولام} = \frac{1}{4} \times 6 \times 6 = 9 \text{ فٹ اور دل} = \frac{1}{4} \times 6 \times 6 = 9 \text{ فٹ}$$

$$\text{پس رقبہ مثلث ولام} = 9 \times 12 = 108 \text{ فٹ اس واسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ} = 108 \times 12 = 1296 \text{ فٹ}$$

پندرہویں فصل کی مثالین

(۱) اب س دس پانچ ضلع کی شکل ہے اور یہ طول وکے اندر معلوم ہیں و س = ۱۶

اور ۱۲ اور دس سے جو عمود و س پر نکالیں ۴ اور ۶ و س علیٰ ۶ علیہ ۱۰ ہیں اور

۲۱۔ اربس دجی با پنچ خصلے کی شکل ہے ایک اور سل اور سی م عمود اور پین اور اون کے یہ طول
فٹوں میں معلوم ہیں ارد = ۱۵۶۳ اربک = ۷۷ اور سل = ۵۵۵ اور می م = ۴۷۳ اور
وک = ۲۷۷ اور دل = ۳۷۹ رقبہ دریافت کرو

(۳) اب بن می ق چھ ضلعے کی شکل ہو اور بک اور سل اور می اور فن عمود پر ہیں
یہ طول فٹون میں معلوم ہیں وہ = ۴، ۸، ۱۶ اور بک = ۵، اور سل = ۷، اور می = ۹ اور
فن = ۱۱ اور اک = ۱۳، اور ان = ۱۵، اور دل = ۱۷، اور دم = ۱۹، اور رقبہ دریافت کرو
(۴) شکل اب بس می ق کے چھون ضلعے اسپین برابر ہیں اور اب = ۸، ۱۶ اور بک = ۱۲، ۲۴
اور اس کا حصہ بس می ق قائم الزاویہ کی شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) اور بن سحران باپ خضلع کی شکل اور ازراویہ نقطہ سی بر قائمہ اور یہ استلواو کی معلوم
 بین اب = ۱۲ اور بس = ۷ اور سن = ۱۰ اور سی = ۱۲ اور سی = ۵
 اور س = ۱۷ رقبہ در یافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر ایک ضلع ۲۰ فیٹ ہو اور اس کا قصبہ دریافت کرو
(۷) دائرہ کا قطر ۱۰۰ فیٹ ہو اور اس کے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہو اس کا قصبہ دریافت کرو
(۸) ایک کمیت مسدس منتظم کی شکل کا ہو اس کا ہر ایک ضلع ۱۰۰ جریب ہو اس کا قصبہ دریافت کرو
(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو اس کے اندر جو آٹھ ضلع کی شکل منتظم بنائی جائے اس کا
قصبہ دریافت کرو

دعا ایک شے 'مخظم' سے ملنے کی ایک اسرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور اسرہ کا نصف قطر ایک فٹ کی شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہویں فصل دائرہ کے بیان میں

(۱۴۸) وائزہ کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو ۲۲ میں ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب میں منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳۱۴۱۶ میں ضرب دو۔

(۱۶۹) شالین

(۱) دائرہ کا نصف قطرہ فیٹ ہی

$$\text{مربع کا } ۲۵ \text{ ہی اور } ۲۵ \times \frac{۲۲}{۷} = \frac{۵۵۰}{۷} = ۷۸ \frac{۴}{۷}$$

پس دائرہ کا رقبہ ۷۸ مربع فیٹ ہی۔

(۲) دائرہ کا نصف قطرہ میل ہی

۳ کا مربع ۹ ہی اور ۳۱۴۱۶ \times ۳ = ۹۴۲۴۸ میں اترہ کا رقبہ تقریباً ۲۸۶۲۴ مربع میل ہے۔

(۱۷۰) فضل اللہ میں جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہو اس کچھ زیادہ رقبہ دو قواعد ونگ دریافت ہوتا ہو

مگر دوسرا قاعدہ علامت ٹیک ہی اور اگر سمت ہی ٹیک جواب میں منظور ہو تو عدد ۳۱۴۱۵۹۲۶

کے زیادہ مراتب عشریہ حسب ضرورت لے لو۔

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو۔

قاعدہ رقبہ کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو

رقبہ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو۔

(۱۷۲) شالین۔

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی

$$۳۱۴۱۶ = \frac{۴۴}{۷} = \frac{۲۲}{۷} \times ۱۰۰ = ۲۲ \div ۱۰۰$$

اور اس کا جذر ۱۰ ہے پس اترہ کا نصف قطر ۵ مربع فیٹ ہی۔

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایک ہے

ایک ایک ۲۸۴ مربع گز ہی ۲۸۴ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰۶۱ ہوا اس کا

جذر ۳۹۲۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۲۵ گز ہی۔

(۱۷۳) دو متحد المکرز دائروں کے درمیان جو حلقہ مدور ہو اس کا رقبہ دریافت کرو۔
قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کا رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ افریقہ کر دیا نصف قطر کے مجموعہ کو اس کے فرق مین ضرب و اور حاصل ضرب کو $\frac{1}{2}$ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو 14×31 مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دائروں کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹوں مین

$$31 \times 14 = 31 \times 14 \times 10 \times 10 =$$

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

$$31 \times 14 \times 12 \times 12 = 31 \times 14 \times 12 \times 12 =$$

$$31 \times 14 \times 12 \times 12 = 31 \times 14 \times 12 \times 12 =$$

حلقہ کا رقبہ $31 \times 14 \times 12 \times 12$ مربع فیٹ ہجے

یا اس طرح کہ $22 = 10 + 12$ اور $2 = 12 - 10$

$$31 \times 14 \times 12 \times 12 = 31 \times 14 \times 12 \times 12 =$$

(۲) دو دائروں کے نصف قطر ۵ اور ۹ فیٹ ہین

$$3 = 5 + 9 \quad 12 = 9 - 5$$

$$14 \times 31 \times 12 \times 12 = 14 \times 31 \times 12 \times 12 =$$

پس حلقہ کا رقبہ $14 \times 31 \times 12 \times 12$ مربع فیٹ

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ کے اندر دوسرے دائرہ بالکل واقع ہو تو دفعہ (۱۷۳) قاعدہ رقبہ اس سطح کا

معلوم ہو جائے گا جو دائروں کے محیطوں کے درمیان واقع ہو خواہ دائرہ متحد المکرز نہ ہونے

(۱۷۶) دفعہ (۱۷۸) قاعدہ پیمائی طالب علم کو توجہ کو سبقت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہئے

علامہ برین اور قاعدے ہی دائرہ کے رقبہ دریافت کرنے کے لیے اس قاعدہ کے برابر میں مکروہ علامہ زیادہ
بکار آمد نہیں اور نہیں سے تین لکھ دیتے ہیں۔

نصف قطر کو محیط میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۰۵۴ میں ضرب دو

محیط کے مربع کو ۱۴۱۶۱۱۳۱ پر تقسیم کرلو

یا محیط کے مربع کو ۷۰۵۴ میں ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہے اس کتاب میں جو بات لکھنے کا اختیار کیا ہے اس کے واسطے دفعہ گذشتہ میں
قاعدے بیان کیے ہیں اور میں اول قاعدہ نہایت دلچسپ اس قاعدے سے معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ
اوس مثلث کو رقبہ کے برابر ہوتا ہے جس کا قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جس کا ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اور
ثبوت کامل اس دعویٰ کا لکھیں تو وہ مبتدی کی استعداد سے پرے ہو گا مگر اوان اصول کا ہم
ذکر کرتے ہیں جس قاعدہ کا مفہوم ذہن میں آجائے۔

و منکرو کہ ہم اپنی اس رائے میں کثیر الاضلاع اسی بنائیں جس کے اضلاع کی تعداد کچھ زیادہ ہو تو یہ تین باتیں
بدیہ معلوم ہونگی۔

اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کے رقبوں میں تفاوت نہایت کم ہو گا۔

دوم کثیر الاضلاع کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ میں بہت کم تفاوت ہو گا۔

سوم جو مرکز سے عمود کثیر الاضلاع کو کسی ضلع پر نکالیں اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہو گا
دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع کے کوئی دو ضلعوں میں خطوط منسلک کر کے کثیر الاضلاع پر اسے شش گوشہ تقسیم ہو جائے گا اور ان
سب شش گوشہ کا رقبہ ملکر برابر ہو گا اور اس مثلث کو رقبہ کے جس کا قاعدہ برابر ہو جو وہ اضلاع منسلک کثیر الاضلاع
کے ہو اور جس کا ارتفاع برابر اس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو اور
اس ہمارے دعویٰ کا ثابت ہونا ظاہر ہو گیا۔

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منظم ہو سکے اس کی جہاں دنیا کی نسبت ہونے تین باتیں بیان کی ہیں
انکی توضیح کے لیے دوبارہ ضلع کے شکل منظم کا حال لکھتے ہیں دفات (۹۹) اور (۱۶۷) دیکھو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو عود جو مرکز دائرہ کے کسی ایک ضلع پر نکالیں اوس کا طول ۸۶۶ فٹ ہے اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۵۱۷۶۴۸۱۲ فٹ یعنی ۵۱۷۶۴۸۱۲ کے قریب قریب اور دائرہ کا محیط ۲۸۳۲۰۴ فٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ۳ مربع فٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۳۱۶۷۱۴ مربع فٹ ہے

پندرہویں فصل کی ۱۰ مثال گنا ہے ہوتا ہے کہ دائرہ کے اندر جب نصف ایک فٹ ہے جو گیس ضلع کی شکل جینی ہوئی ہو اور اس کا رقبہ ۱۰۵۱ مربع فٹ ہے ان نتیجوں کو دیکھ کر کوشا معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم دائرہ کے اندر سب سے ضلعوں کی کثیر الاضلاع منتظم بنائیں تو جن چیزوں کے مقابلہ کا ذکر ہے جنہ اوپر کیا ہے اور جن اس قدر کم تفاوت رہتا ہے کہ بالکل قابل لحاظ کے نہیں ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالیں شق کے واسطے حل کرتے ہیں۔

(۱) ایک دھڑلے کا قطر ۸۰ فٹ ہے اور اسکے اندر گردا گرد ایک بھری کی شرک گرہ جو پری بنی ہوئی ہے اوس شرک کا رقبہ دریافت کرو شرک کا کنارہ بیرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جب نصف قطر ۸۰ فٹ ہے اور اس کا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جب قطر ۳۰ فٹ ہے۔

پس بموجب دفعہ ۷۲ کے بھری کی شرک کا رقبہ

$$= ۳۱۶۷۱۴ \times ۳۸۷۶۰۹۶ = ۷۲۵۷۶۰۹۶$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جب کا رقبہ ۱۵ دائرہ کے

رقبہ کی تین چوتھائی ہے دائرہ کو کثرت یافتہ کرنا جو قاعدہ بیان ہے اور اس سے معلوم ہوتا ہے کہ دو دائروں کے رقبہ میں نسبت ہوتی ہے جو ان کے نصف قطروں کے رقبہ میں اس نسبت سے کہ یہ تناسب حاصل ہو گا

$$۱ : ۳ :: ۱۵ : ۱۵$$

اس واسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$$= ۱۵ \times ۱۵ = ۲۲۵$$

۱۵ کے جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دو مرتبہ کی اعشاریہ تک نکالیں تو ۱۲.۹۹۹ حاصل ہو گئے

پس نصف قطر مطلوب ۱۳ انچ کے برابر تقریباً ہوگا۔

(۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے، تین دائرے متحد المركز ایسے کیچے کہ دائرہ چار برابر حصوں میں تقسیم ہو جائے۔

یہ مثال حقیقت ان تین مثالوں کے مل کر نیکی برابر جو اسی اور پانچویں ائیر اندرونی کا قسبہ ایک چوتھائی دائرہ مضروضہ کا ہو گا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کر نیسے ہوگا دائرہ اندرونی کا نصف قطر کا جذر حاصل ہوگا۔

ابسط وائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان ہی سطح دائرہ معلوم چوتھائی رقبہ کے برابر ہو گئے اس واسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہو اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے دوسرے دائرہ کا نصف قطر برابر ۲۰۰ کے جذر کے ہو گا۔

اسی طرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۲۰ کا جذر ہوگا۔

پس اس طرح سے قیغون وائرون کے نصف قطر انچون میں ۱۰ اور ۱۴ اور ۱۶ اور ۱۸ کے اعشاریہ تک ہونگے۔

ہوئے۔
سولہویں فصل کی مثالیں

داروں کے نصف قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اور ان کے رقبے مربع فٹوں میں محیط دائرہ کو ۳.۱۴۱۵۹
قطر سے فرض کر کے دریافت کرو۔

(۳) ایک فرنگ

(۲) ۱۴ گز ۲ فٹ

۱۲۰۰

ان دائروں کے قصبے دریافت کرو جس کے نصف قطر تفصیل فی سل معلوم ہیں اور دائرہ میں قطر محیط ۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے۔

(۴) ۲۵ فیٹ

(۵) ۹۹۲ فیٹ

(۷) جو تہائی میل

ان دائروں کے قطر دریافت کرو جن کے متبے تفصیل ذیل معلوم ہیں اور محیط دائرہ قطر
سہاگنا فرض کرو۔

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکڑ ۳ روڈ ۵ پھول
ان دائروں کے قطر دریافت کرو جس کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں دائرہ بین قطر سے
محیط ۱۴۱۶ گنگنا فرس کیا گیا ہے۔

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۱۶ ایکڑ ۲ روڈ ۱۱ پھول (۱۲) ایک مربع میل
سبب زندہ مثالوں میں محیط قطر سے ۱۴۱۶ گنگنا فرس کیا گیا، جس طرح ایک کسین کنا پٹیا مصر
اوس کے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو۔

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہو اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ
ہو اور اس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔
(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶
فیٹ ہے اوس کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک اترہ کا نصف قطر ۱۰۰ فیٹ ہو وہ بالکل دس دائرہ کے اندر واقع ہو اور زمین
دائرہ کا نصف قطر ۳۳۰ فیٹ ہو اور ان کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ قطر ۱۴ فیٹ کرو
(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہو اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہو بیرونی حد کا نصف
(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہو اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو اور بیرونی
حد کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۸) ایک اترہ کا چوتھائی رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہو اور دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۹) دائرہ کا محیط ۱۰۰ فیٹ ہو اوس کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوس کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکڑ ہے اوس کا محیط دریافت کرو۔

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس متطیل کے رقبہ کے برابر ہے جو ۱۰۰ فیٹ ۲۵۶ فیٹ ہو اور
محیط دریافت کرو۔

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۶ میٹ ہو اور دائرہ اوس نصف تقسیم میں ہو اوس کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ باہر چھان حصہ ۱۵ دائرہ کا ہوا اوس کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہو اوس کا نصف قطر ۶ میٹ ہو اور وہ دو متحدہ دائروں کے تین حصوں میں تقسیم ہوتا ہو تو باہر دائروں کے کیا نصف قطر کہیں کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصوں میں تقسیم ہو۔

(۲۶) ایک کمر ۳۵ میٹ ۳۰ انچ لمبا اور ۱۰ میٹ ۱۰ انچ چوڑا ہو اور اسکے ایک ضلع پر گمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۲ میٹ ۲ میٹ قطر کا بنا ہوا ہو تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اگر ۱۰ پونڈ کا واجب ہر ایک مربع انچ پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا داب ہو گا جب کا نصف قطر ۶ میٹ ۶ میٹ ریڈیوس تک وزن دریافت کرو۔

(۲۸) ایک مربع ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ قطر کا ہو اسکے درست کرانے میں ۲۰ پائی فی مربع فٹ کے حساب کیا صرف ہو گا۔

(۲۹) ایک گول گہرا اندرونی قطر ۶ میٹ ۶ انچ ہو اور اٹار دیوار ۲۲ انچ ہو تو بتاؤ دیوار کی بنیاد کتنی زمین گہری ہے۔

(۳۰) ایک گول گہرا ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ قطر کا بنا ہوا ہو اور اسکے باہر گہرائی اندر کی طرف چاروں طرف ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ چوڑا حوضہ بنا ہوا ہو اگر ۱۰ فی مربع فٹ ۱۰ سچو ترو کی بنوائی میں لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی۔

(۳۱) گناس کا ایک گول قطبہ ہو اوس کا قطر ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ ہو اور اسکے کنارے ایک گرو سے ایک گرو چھڑی بھر کی شرک بنی ہوئی ہو تو ہر گز کے حساب اس شرک کی بنوائی میں کیا صرف ہو گا۔

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد شرک بنی ہوئی ہو اور اوس کا محیط ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ ہو اور محیط اندرونی ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ ہو شرک کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کا رقبہ ہو جس کا نصف قطر ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ ہو اوس کا ضلع دریافت کرو

(۳۴) اس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کے ہو جس کا ضلع ۱۰ میٹ ۱۰ میٹ ہو اوس کا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۲ فٹ ہو اور اس کے اندر ایک اُترہ بنایا گیا ہو جو مربع کے سبب کو نکو چھوتا ہو تو
بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اس کا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۸ فٹ ہو اور اس کے اوپر ایک اُترہ بنایا گیا ہو تو دائرہ اور مربع کے درمیان جو
سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲، ۲ اور ۲ فٹ ہیں اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو
جو مثلث کے وتر کو قطر بنا کر گچھین۔

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۴۴ مربع فٹ ہو تو اس کا کل احاطہ کا طول دریافت کرو۔

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو اور اس میں ایک تساوی الاضلاع بنا ہوا ہو تو مثلث اور
دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۱۰، ۱۰ فٹ اور ۱۴ فٹ ہیں اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو
جس کا قطر برابر اس مثلث کے وتر کے ہو۔

(۴۱) مستطیل ۱۰ فٹ طول میں اور ۱۰ فٹ عرض میں ہو تو بتاؤ اس اُترہ کا رقبہ کیا ہوگا جس کا
محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو۔

(۴۲) مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں تو اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا محیط
اس مثلث مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

اگر ایک دائرہ کا محیط دہی ہو تو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ برابر ہوگا اور اس کو
ان مثالوں میں ثابت کرو۔

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۸ فٹ اور ۱۰ فٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲ فٹ اور ۱۳ فٹ

ن اگر دائرہ کا محیط دہی ہو تو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ برابر ہوگا اور ان مثالوں
سے اس دعویٰ کو ثابت کرو۔

(۴۵) اضلاع مثلث ۹، ۱۰ و ۱۱ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱، ۱۲ و ۱۳ فیٹ

اگر دائرہ کا قعر برابر متطیل کے رقبہ کے ہو تو دائرہ کا محیط متطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا ان مثالوں میں اس دعویٰ کو ثابت کرو۔

(۴۷) متطیل کا طول عرض ۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) متطیل کا طول عرض ۲۲ اور ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعویٰ کو ان مثالوں میں ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵، ۶ و ۷ فیٹ ہیں

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲، ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہیں

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۲۴ فیٹ ہے جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوس کا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۲۴ فیٹ ہے جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوس کا رقبہ دریافت کرو۔

سترہویں فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - ۳۶۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ کے درجوں سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کے قعر

کو ہے قطاع دائرہ کے رقبہ سے

(۱۸۰) مثالیں -



(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

$$\text{دائرہ کا رقبہ} = 361 \times 3.14 \times 25 \times 25 = 194350$$

$$360 : 194350 :: 80 : \text{رقبہ مطلوب}$$

$$\frac{194350 \times 80}{360} = \frac{194350 \times 2}{9} = 43188.88 = 43188 \frac{8}{9} \text{ مربع فیٹ}$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = $3.14159 \times 12 \times 12$

۳۶۰ : ۷۵ :: $3.14159 \times 12 \times 12$: رقبہ مطلوب

$$922.228 = 3.14159 \times 30 = \frac{3.14159 \times 12 \times 12 \times 75}{360} = \frac{3.14159 \times 12 \times 12 \times 75}{360}$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۲۲.۲۲۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) یہ ایک در قاعدہ قطاع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنا کیا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں نشر دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو۔

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ (۱۷۷) کے بیان سے ہوتی ہے۔

(۱۸۲) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = ۲$ پس قطاع کا رقبہ ۲ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور قطاع کی قوس ۵ فیٹ ۵ انچ ہے

$\frac{1}{2} \times 2.5 \times 2.5 = ۳.۱۲۵$ پس قطاع کا رقبہ ۳.۱۲۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) حکموں میں شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہے جو دو قطاع دائرہ کے درمیان واقع ہو

اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ دو ایک قطاع ہوا اور دوسرا دو لہر قطاع ہو۔

پس شکل اب دس کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہے یہ قطاع کے رقبہ کا حساب کر کے بڑے قطاع کے

رقبہ میں سے چھوٹے قطاع کے رقبہ کو تفریق کرو

یا اس طرح حساب دو بڑے دائروں کی قوس میں اب اور قوس میں

اونکے درمیان کل حصہ کا رقبہ دریافت کرو اور یہی رقبہ کو

بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ کو درجہ میں وہ نسبت ہے جو کل حلقہ کو رقبہ ہے رقبہ مطلوب

یا اس طرح قاعدہ استعمال میں لائو کہ قوس کے مجموعہ کا نصف قطر کو فرق میں ضرب اور حاصل ضرب کا نصف کرلو



(۱۸۴) مثالین -

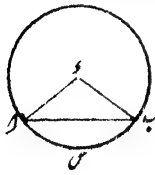
(۱) نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور قوسین ۱۰ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں
مربعیہ فہم (۱۸۱) کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں $= 4 \times 15 \times \frac{1}{2} = 30$
اور چوڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں $= 3 \times 10 \times \frac{1}{2} = 15$
پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں $= 30 - 15 = 15$

یاد فہم گذشتہ کے قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کا مجموعہ $= 10$ فیٹ
اور نصف قطر و نصف فہم $= 10$ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں $= 5 \times 10 \times \frac{1}{2} = 25$
(۲) نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور زاویہ ۴۵ درجہ ہو فہم گذشتہ کے دوسرے قاعدہ کو
استعمال میں لاتے ہیں -

مربعیہ فہم (۱۸۲) کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فیٹ میں $3.14 \times 10 \times 10 = 314$ ہے یعنی 314×3.14
پس $314 : 3.14 :: 100 : 3.14 \times 100$ رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں $= 314 \times 100 = 31400$

(۱۸۵) دائرہ کا وتر ۱۰ فیٹ ہے اور قطر ۱۰ فیٹ ہے اور دائرہ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے کہ
ایک نصف دائرہ ہو اور دوسرا نصف دائرہ سے چوڑا ہو جب تک چوڑے قطعہ کا رقبہ معلوم
ہو جائے گا تو اسکو دائرہ کے رقبہ میں تفریق کر کے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کر سکتے ہیں اسلئے دائرہ
سے چوڑے قطعہ دائرہ کے رقبہ دریافت کر کے لئے قاعدہ بیان کرنا کافی ہوگا



فرض کر دو دائرہ کا مرکز ہو جو اب ظاہر ہو کہ قطعہ بس
برابر ہو قطاع کو اس سے اب وٹلٹ وٹلٹ کے تفاوت کے
پس اس قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چوڑے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ اس قطاع کا رقبہ دریافت کرو کہ چکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور دائرہ نصف

قطر ونسے جو مثلث بنایا ہو اس کا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ میں سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو۔
(۱۸۷) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر انچ ہو اور قطاع کا زاویہ ۶۰ درجہ ہو قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع انچ میں $= ۳۶۱۳۱۴ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۳۶۱۳۱۴$ مربع جو جب دفعہ (۱۷۹) کے

قطاع کا رقبہ مربع انچ میں $= ۳۱۳۶۱۶ = ۵۲۶۳۶$ اور مثلث اس صورت میں متساوی الاضلاع ہو

اور موجب دفعہ (۱۷۹) کے اس کا رقبہ مربع انچ میں $۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵$ کا جذر ہے یعنی ۳۰ و ۳۳

کے قریب قریب۔

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ میں

$$۹۶۰۶ = ۳۳۶۳۰ - ۵۲۶۳۶ =$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ہو اور زاویہ قطاع قائمہ ہو قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ میں $= ۳۶۱۳۱۴ \times ۴ \times ۴ =$

اسی واسطے قطاع کا رقبہ $= ۳۶۱۳۱۴ \times ۴ = ۱۲۶۵۲۵۶$

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ میں $= ۴ \times ۴ \times ۴ = ۸$

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹوں میں $= ۱۲۶۵۲۵۶$

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں ہم مثلثوں کا رقبہ دریافت کر سکتے تھے اور یہاں سے استخراج

قطعات کو رقبہ کر سکتے تھے۔ لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جیب تک معلوم ہو تو دفعہ

گذشتہ کی ترکیب موافق ہم مثلث کا رقبہ نہیں دریافت کر سکتے مگر علم مثلث کی استطاعت

سے ہم رقبہ دریافت کر سکتے ہیں۔

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہو اس کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ وتر کے مربع کی ایک چوتھائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچویں حصہ پر زیادہ کرو۔

اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چارتمائی میں ضرب دو۔

یہ قاعدہ بالکل درست نہیں ہے اور اس قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا فضل الامر میں ہونا چاہئے
 اس سے زیادہ نکلتا ہے لیکن اس میں غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہے بشرطیکہ زاویہ قطاع جو وسط
 اس قطعہ کے بنا یا جائے نہایت چوٹا ہو اگر زاویہ ۶۰ کا ہو تو غلطی حصہ رقبہ سے کم
 واقع ہوتی ہے اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے
 (۱۹۰) مثالیں

(۱) وتر ۱۲ ہے ارتفاع ۱۱ ہے

$$\frac{1}{5} = 12 \times 12 \times \frac{1}{5} \text{ اور } 34 = 12 \times 12 \times \frac{1}{5}$$

$$34 + \frac{1}{5} = 34.2 \text{ اور اس کا جذر } 5.833 \text{ ہے}$$

$$\frac{1}{5} = 34.2 \times 12 \times \frac{1}{5} = 81.6$$

پس قطعہ کا رقبہ ۸۱.۶ مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ ہے اور ارتفاع ۱۵ ہے

$$\frac{1}{5} = 20 \times 20 \times \frac{1}{5} = 80 \text{ اور } 100 = 20 \times 20 \times \frac{1}{5}$$

$$100 + 80 = 180 \text{ کا جذر } 13.416$$

$$\frac{1}{5} = 180 \times 20 \times \frac{1}{5} = 720$$

پس ۷۲۰ مربع انچ رقبہ ہے۔

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق قطاع کا زاویہ ایسا بڑا ہو کہ وہ ان اس قاعدہ کا بڑا غلطی عظیم سے
 خالی نہ ہو وہ ان قطعہ کو دو متشابه قطعوں اور ایک مثلث میں تقسیم کر لو اور پھر مثلث کا رقبہ
 ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ (۱۹۰) کے موافق چھوٹے چھوٹے قطعات کا رقبہ دریافت کرو
 دفعہ (۱۹۰) کی شکل دیکھو میں قطعہ و دب ہی مثلث و دب ہی اور ان قطعات سے مرکب ہو چکے
 وتر و دب ہی اور دب ہی ہیں۔

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں۔

۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہو اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہو قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔
اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہیں ہو سکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اس کا حل ہو سکتا ہے جو دفعہ (۱۲۲) قوس کا طول ۱۴۱۸۹۵۱۴۱ انچ کے قریب ہو اور رقبہ قطاع مربع انچ میں

$$= 144534892 = 145895141 \times 25 \times \frac{1}{4} =$$

۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہو قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
ابھی ہمنے قطاع کا رقبہ ۱۴۴۵۳۹۸۹۲ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ (۱۵۲) کے منہلا مشلت ۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگے تو مشلت کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کے قریب ہو گا۔
پس تقریباً قطعہ کا رقبہ ۹۵۳۹۸۹۲ مربع انچ ہو دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ بموجب ہم قطعہ کے رقبہ کا حساب اس طرح کرتے ہیں۔

اول ارتفاع دریافت کرتے ہیں دفعہ ۷ کی شکل میں اس = ۲۵ اور اب = ۱۴
پس ا = ۷ اور دفعہ ۹ کے بموجب ہم دریافت کرتے کہ سن = ۲۴ اس یو اسی طرح دی = ۱

$$\frac{1}{5} = 1 \times 1 \times \frac{1}{5} \text{ اور } 9 = 14 \times 14 \times \frac{1}{5}$$

$$24 + \frac{1}{5} = 24.2 = 24.2 \times 14 \times 14 \times \frac{1}{5}$$

$$4534135 = 4502851 \times 14 \times \frac{1}{5}$$

بموجب اس قاعدہ کے ہم قطعہ کا رقبہ ۹۵۳۹۸۹۲ مربع انچ دریافت کرتے ہیں یہ پہلا نتیجہ ہے
کچھ توڑا ہی فرق رکھتا ہے۔

سترہویں فصل کی مثالین

ان قطاع دو اتر کا جنین استد اذیل معلوم ہیں رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۴۴ فیٹ زاویہ ۲۵

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ ۱۲۰

(۳) نصف قطر ۴۴ فیٹ زاویہ ۲۸

- (۳) دو دائرے متحد المرکز میں جنکی نصف قطر افیٹ ۵ فیٹ ہیں تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہوں محیط ہوں اور سکار قبہ دریافت کرو
- (۵) دو متحد المرکز دائروں کے نصف قطر افیٹ اور افیٹ ہیں تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر محیط ہوں کہ ۵۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہوں تو اسکا رقبہ دریافت کرو
- (۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۵۰ ہے نصف قطر دریافت کرو۔
- (۷) قطاع کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۴۰ ہے کل مجموعہ اعلام دریافت کرو۔
- (۸) قطاع کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہو اور نصف قطر فیٹ زاویہ دریافت کرو۔
- (۹) قطاع کا رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہو نصف قطر افیٹ ہو قوس دریافت کرو
- (۱۰) قطاع کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو اور قوس ۶۰ فیٹ نصف قطر دریافت کرو
- (۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۰ مربع فیٹ ہو اور دائرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع فیٹ ہو زاویہ دریافت کرو
- (۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہو اور دائرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع فیٹ ہو قوس دریافت کرو
- (۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۵ انچ ہے اور نصف قطر ۱۱۰ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۴) ایک قطاع کا وتر ۱۱۰ انچ ہے اور نصف قطر ۱۱۰ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۵) نصف قطر افیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۴۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۶) نصف قطر افیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۷) دائرہ کا نصف قطر افیٹ ہو اور سین دو متوازی وتر جن میں سے ہر ایک برابر نصف قطر ہے تو وتروں کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۸) دائرہ کا نصف قطر افیٹ ہو اور مرکز کے ایک ہی جانب میں دو متوازی کیچے گئے ہیں اور اون میں سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰ ہے تو جو سطح اول دو وتروں کے درمیان ہوا اسکا رقبہ دریافت کرو
- (۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہو مرکز کی مقابل سمتوں میں متوازی وتر کینچے گئے ہیں۔

(۱۹۵) دفعہ (۱۹۳) کے قاعدہ کو بعض اوقات مساوی الابعاد محدودین کا قاعدہ کہتے ہیں اس قاعدہ کو سمپن صاحب کا قاعدہ کہتے ہیں گو موجود اسکے صاحب محمد م نہ تھے۔

(۱۹۶) مثالین۔

ا) فرض کرو کہ سات محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک انٹ ہو اور یہ محدود ۱۲، ۱۴، ۱۶ اور ۲۴ ہو اور ۳۶، ۴۸، ۶۴، ۸۰ اور ۱۰۰ فیٹ ہیں

۸۶۹۲	۲۶۲۲	۴۶۳۶	۲۱۱۲
۱۶۶۸۸	۴۶۳۶	۴۶۵۸	۴۶۸۰
۵۳۶۰	۴۶۶۹	۸۶۹۲	۴۶۹۲
۳ ۸۰۶۳۰	۱۳۶۲۰	۲	
۲۶۶۸۰	۵۳۶۰	۱۶۶۸۸	

پس رقبہ ۲۶۸ مربع فیٹ ہو

(۲) فرض کرو کہ پانچ محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محدودین ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ اور ۲۰

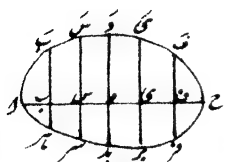
۳۶۰۸	۱۶۲۲	۱۶۵۹	۱۶۲۶
۳۶۱۸	۱۶۶۱	۲	۱۶۸۲
۱۲۶۹۰	۳۶۱۵	۳۶۱۸	۳۶۰۸
۱۸۶۸۶	۲		
۳ ۳۶۶۲	۱۲۶۹۰		
۱۲۶۵۵			

پس رقبہ ۱۲۵۸ مربع فیٹ ہو

(۱۹۷) دفعہ (۱۹۳) کی شکل میں خط تقسیم کی طرف خط منحنی منبجوت تھا اور سوارا زمین خط تقسیم کے ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف محدود بنتے جاتی تھیں بلکہ سطح کے خط منحنی ہونیکے قاعدہ سمپن میز کچھ نقص ہیں نہیں ہیں بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اور ان سب میں قاعدہ سمپن چل سکتا ہے مثلاً خط منحنی کی یہ شکلیں ہوں۔



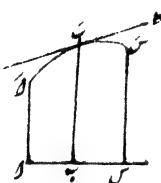
جتنی محدود زیادہ لوگے اتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کو ساتھ لیکھا اگر خط منحنی نہایت غیر منظم ہو تو بیان اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہیں چاہئے۔



(۱۹۸) اگر قبضہ مستقیم لوح اور خط منحنی لوح سے گزرا ہو تو قاعدہ مذکور ہی کو استعمال میں لاؤ یہاں اتنا فرق ہو

کہ محدود اول اور آخر کچھ نہیں ملے گا اور کو حساب میں ہی محبوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر قبضہ خط منحنی لوح بدستہ احاطہ کیا گیا ہو اور چاروں طرف سے محدود ہو تو بجائے محدودین کے ہم عرض برابر اور سسر وغیرہا کام میں لائیں۔

(۱۹۹) اگرچہ ہندی میں صاحب قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہیں کر سکتا مگر آسانی و سہولت کو سمجھ سکتا ہے کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہو گا اور اسکی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہے



جو جدول کو محدودین و بیان قبضہ واقع ہوا و سکا نام ہم پانچ رکعتے ہیں اور دفعہ ۱۲ کی شکل کو اول و پانچون پر بحث کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ خط مستقیم لوح کی شکل لکھا گیا ہو تو ایک کل فی وزفہ

بجائگی اور شکل سے ظاہر ہو گا کہ اول پانچ اس فی وزفہ سسر اور سسر ل پانچ کا قبضہ بڑا ہو اور نصف مجموعہ اور اب ب کو حاصل ضرب اسو سطر اور اب پانچ کا دو چند قبضہ بڑا ہو اور اب مجموعہ اور اور اب ب کو حاصل ضرب علی ہذا القیاس و سسر پانچ کا قبضہ بڑا ہو اور اب سسر اور مجموعہ ب ب اور اب ب کے حاصل ضرب ہو اور اب ب دو چند قبضہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب اب اور مجموعہ اور اس سسر اور دو چند ب ب سے ہوا۔

اب یہ فرض کرو کہ خط ط ماس نقطہ ب خط منحنی کا نکلا لایا جائے اور اب ب خارج ہو اس خط مستقیم سے ملے ہیں تو دوسرے وزفہ پیدا ہو گا اور موجب دفعہ (۱۹۳) کے قبضہ اس فی وزفہ کا برابر حاصل ضرب اس اور دو چند ب ب کا دوسرے شکل سے ظاہر ہو گا کہ مجموعہ اول و پانچون کا اس فی وزفہ سے کم ہے

پہلے قباہ اول دو بار جو تکمیل بہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو جذب ب سے ہو اس سے معلوم ہوا کہ اگر اگر ہم ان دونوں کو آپس میں شامل کریں تو یہ کم و بیش کی غلطیاں آئیں مگر سیدھا معاملہ نہ ہوگا کہ اگر نیکے اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریباً برابر حاصل ضرب اب اور مجموعہ او اور اس میں اور جو جذب ب کے ہوگا

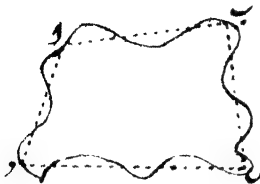
اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل میں باوجود کے دوسرے فوج پر یہی عمل کریں گے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہو جائیگا دفعہ (۱۹۴) کی شکل کو پر عمل حدیث بھی ہوگا مثلاً اس کے عمل ہوگا ہڑی بات اس عمل میں یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجہ نکولماتے ہیں جن میں ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہے اور دوسرا نتیجہ چھوٹا ہوتا ہے یہ چھوٹے بڑے نتیجے ملکر غلطیوں میں معاوضہ پیدا کرتے ہیں۔

(۲۰۰) اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل میں اگر سچا و سچائی ہو نیکی ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کے قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورت میں ان کے رقبہ پیدا ہوتا ہے جو کار قبہ سانی اس طرح معلوم ہو جائے کہ اگر اوچے کے نصف مجموعہ میں ضرب پین اور اگر اس طرح ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو وہی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اس کی صورت کو تبدیل کران مبادی علم ساخت میں منہن داخل کرتے۔

(۲۰۱) یہ بھی ہو سکتا ہے کہ شکل محدود ایک خط منحنی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منظم و عجیب ہو اور اگر سمپسن صاحب کا نہ چل سکتا ہو تو اسی حالت میں ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کریں کہ ایک مستقیم الاضلاع کثیر الاضلاع بنائیں جو بہت ہی غریب مثل شکل کی ہو اور یہ سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب اون خصوصیات پر دریافت کریں جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کے واقع ہوں اور ان خصوصیات کے قیوں کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے باہر ہوں تو اس کے رقبہ پر زیادہ کریں اور اگر کثیر الاضلاع کے اندر ہو تو اس کے رقبہ سے تفریق کریں پس آخر حاصل تقریباً شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا۔

(۲۰۲) زمین کی پیمائش میں اکثر ایسی شکلوں کا رقبہ دریافت کرنا ہوتا ہے جسکی حدود بہت بے قاعدہ ہوتے ہیں لیکن خطوط منحنی کمیں کمیں چھوٹے چھوٹے خطوط مستقیم ہی ہوتے ہیں اس سے موقع پر

عمل مساحت میں کر فیض صافیہ ذیل عجب ہے کہ اسی حدود سطح قائم ہو جاتی ہیں کہ نہایت آسانی سے بصورت رقبہ دریافت ہو جاتا ہے۔



فرض کرو کہ ایک کسبت جو جسکی شکل اب اس دستے سطح ستوی پر تعمیر ہوتی ہے ایک خط مستقیم آسوی جات کہ کچھ تو اسی خط کے اندر کچھ حصے داخل ہو جائینگے اور کچھ اوس کے خارج ہو جائینگے اور اس داخل خارج سے

سعادت پدید ہوگی اور سطح رقبہ یا جتنا تا او تباہی ہو گیا کچھ پیغمبر ہوگا تو بہت کم اور سطح خط مستقیم سے سکتا ورس ہوگا اور وہی وکت کچھ تو کمی اور بیشی برابر ہوگی اور ایک چارٹیلے کی شکل مستقیم الاسلعا اصل شکل کے برابر بنائیگی جبکہ آسانی سے دریافت ہو جائیگا اب یہ مسلح کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم سطح کبھی کہ حتی الامکان صورت کے ساتھ مطابق ہو یہ خطوط مستقیم سطح خوب سطح آسانی سے کھینچے ہیں کہ کوئی بیگناہ شیشہ ٹکڑا جبکہ کنایت سے ہیں اور او میں آ کر پار نظر آتا ہوا سکھ و دغیر منتظر یہ کہدین۔

اور انکے سے خوب جانچ کر کے دیکھ لین کہ سطح خط مستقیم کبچہ کن کہ نہ اور حدود بیان حصے دو نوط برابر ہیں۔

(۲۰۳) ایسے رقبوں کے ناپنے کے لئے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہوں ایک کے رقبے جو تجربہ موقوف ہوں مقابل لکھنے کے جو وہ ہم کہتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک کسبت سطح ستوی پر دفعہ (۲۰۴) کی شکل اب اس دستے ہوگا کاغذ یا صلی ایسی لو کہ اوکی ضخامت چھ ایکساں ہوا سکھوتر کہ کسبت شکل بناو اور نہایت عمدہ کاٹے میں جس میں بال برابر ہی فرق نہو تو لو جس چیز کی شکل بنائی ہو اسکا ایک مربع انچ نثر اور اسے ہی ایسی کاٹے میں تو لو اب درنون کی مسابست سے حکویہ معلوم ہو جائیگا کہ شکل اب اس دستے میں کتنی مربع انچ ہیں اور پھر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہوگی اور سپر

اونیسویں فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم میں ہم نے اشکال متشابہ کی خاصیتوں کا ذکر کیا ہے اب ہم ان کے رقبوں کے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہیں اور ایک مقدمہ عظیم اس باب میں بیان کرتے ہیں اور اسی کو مختلف مثالوں کے اندر استعمال میں لاتے ہیں۔

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبوں میں وہ نسبت ہوتی ہے جو ان کے اضلاع نظیرہ کے رقبوں میں فرض کر دو کہ دو مثلث ہیں اور ایک مثلث کا ضلع سے چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہی تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے گنا ہو گا عدد مربع ۴ کا ہے اور اس بات کا دیکھ لینا ہی آسان ہے اس لئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سے چند چھوٹے مثلث کو قاعدہ سے ہوا تو مثلث کے متشابہ ہونے کے سبب بڑے مثلث کا ارتفاع ہی چھوٹے مثلث کے ارتفاع سے چند ہوا۔

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اس واسطے بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا۔

اسی طرح اگر دو متشابہ مثلثوں میں ایک مثلث کا ضلع پچھنا دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہو گا۔

(۲۰۶) دفعہ (۱۵۴) میں ہم نے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اس کا رقبہ ۴۳۳.۱۲۷ مربع فٹ ہے اب فرض کر دو کہ ہم کو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جب کا ضلع ۷ فٹ ہے۔

مربع ۱ کا ۱ ہے اور مربع ۷ کا ۴۹ ہے اسی واسطے ہم کو یہ تناسب حاصل ہو گا۔

$$۱ : ۴۹ :: ۴۳۳.۱۲۷ : \text{رقبہ مطلوب}$$

$$\text{پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں} = ۴۳۳.۱۲۷ \times ۴۹ = ۲۱۵۲۱.۶۲۳۳$$

اسی طرح سے عمل اندر مثالوں میں ہو سکتا ہے جس اس سے یہ قاعدہ ثلث مساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنا یکساں معلوم ہوگا کہ طول ضلع کے مربع کو ۲۳۰۲۰ میں ضرب دو (۲۰۷) دائرے بھی اشکال متشابہ ہیں اور دائروں کے رقبوں میں بھی وہی نسبت ہوتی ہے جو اوائل کے نصف قطروں کے مربعوں میں دفعہ (۱۷۸) کو دیکھو قطع دائرہ جنکے زاویے آپس میں برابر ہوں اشکال متشابہ ہوتی ہیں اور ان کے موافق جو قطعات دائرہ ہوں وہ بھی اشکال متشابہ ہوتے ہیں دو متشابہ قطعات کے رقبوں میں بھی نسبت ہوتی ہے جو نصف قطروں کے مربعوں میں اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہے کہ ان کے رقبوں میں نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جیسے کہ نصف قطروں کے مربعوں میں۔

(۲۰۸) فرض کرو کہ ہم کو ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنا ہے کہ اس میں جو ۱۰۰ درجہ کا قطع ہو اس کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو۔

دفعہ ۱۸۸ کے موافق ہم کو معلوم ہے کہ دائرہ کا نصف قطر انچ ہو تو اس میں ۱۰۰ درجہ کا قطع دائرہ کا رقبہ ۹۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس ب یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

$$۹۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : \text{دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے}$$

$$\text{اس واسطے نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{۱۰۰ \times ۲۰}{۹۰۶} = ۲۲۰۶۵$$

$$\text{اس عدد کا جذر} = ۱۴۶۸۵۴$$

پس نصف قطر مطلوب ۱۴۶۸۵۴ انچ ہوا

اب یہ فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا چاہیں ۱۰۰ کے قطع کا رقبہ ۲۰ مربع فٹ ہو موجب دفعہ (۱۸۸) کے ہم کو یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

$$۲۰ : ۱۰۰ :: ۱۴۶۸۵۴ : \text{نصف قطر مطلوب کے مربع سے}$$

$$\text{پس نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{۱۴۶۸۵۴ \times ۱۰۰}{۲۰} = ۳۵۹۶۳۵$$

$$\text{اور اس عدد کا جذر} = ۵۹۹۷$$

پس نصف قطر مطلوب ۵۹۲ فیٹ ہے
(۲۰۹) رب س مثلث ہے اور اب ۱۰ فیٹ ہے اور مطلوب یہ ہے کہ بس کے متوازی خطوط مستقیم
کیچکر چار برابر حصوں میں مثلث کو تقسیم کریں۔

دفعہ (۱۷۱) میں مجموعہ سوال حل ہوا ہے اور اس کی مثال یہ پیش ہے۔
فرض کرو کہ خط مستقیم دسی سب سے زیادہ نزدیک آر کے ہے اس کے متوازی خطوط حاصل ہوگا
تو مثلث رومی کا قہ ایک چوتھائی رب س کے قہ ہی ہوگا اس واسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

$$۱ : \frac{1}{4} :: \text{رب کے مربع} : \text{ر د کے مربع}$$

اس واسطے ر د کا مربع = $\frac{1}{4}$ ر د کے مربع کے

$$= \frac{1}{4} \times ۱۰۰ = ۲۵ \text{ اور } ۲۵ \text{ کا جذر} = ۵$$

پس ر د = ۵ فیٹ

اور سطح اگر فتح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

$$۱ : \frac{1}{4} :: \text{رب کے مربع} : \text{ون کے مربع}$$

$$\text{اس واسطے ون کا مربع} = \frac{1}{4} \times \text{رب کے مربع} = ۱۰۰ \times \frac{1}{4} = ۵۰$$

$$\text{پس ون میں تعداد فٹوں کی} = ۵۰ \text{ کے جذر کے} = ۷.۰۷۱۰۴۷۸$$

اسی طرح اگر دھ بعد اس خط مستقیم کے ہو تو ر د میں فٹوں کی تعداد

$$= ۵۰ \text{ کے جذر کے} = ۷.۰۷۱۰۴۷۸$$

(۲۱۱) رب س دوز نقہ ہے اور ضلع متوازیہ رب اور دس کے درمیان فاصلہ دسی ۳ فیٹ ہے

اب مطلوب یہ ہے کہ رب کے متوازی ایک خط تقسیم کیچکر دوز نقہ کو دو برابر حصوں میں
تقسیم کریں۔



رب اور بس کو ایسا خارج کر دو کہ وہ نقطہ پو پلین
اور فرض کر دو کہ دسی خط مستقیم مطلوب ہے۔

وہ عمود اب پر نکالو جو میق سے نقطہ ل پر اور دوسری سے ک پر ملے
چونکہ میق و ذوقہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو مثلث دوسری مثلثوں و اب اور دوس
کے نصف مجموعہ کی برابر ہوگا تین مثلث دوس اور دوسری و اب اور اب متشابہ ہیں اور ان کے
رقبوں میں ایسی نسبت ہو جیسی کہ وک اور ول اور وک کے طولوں کے مربعوں میں اس سے
معلوم ہوا کہ ول کا مربع برابر نصف مجموعہ مربعات وک اور ول کے ہوا۔

اب بموجب فہ (۷۷) کے ہم کو معلوم ہے کہ وک = ۴۵۵ اس واسطے کہ وک = ۷۵
اور مربع ۴۵۵ = ۲۰۶۲۵ اور ۷۵ کا مربع = ۵۶۲۵ پس ول کا مربع = ۷۵ کے $\frac{1}{4}$ = ۳۸۶۲۵
اس واسطے کہ ول میں فٹوں کی تعداد = ۳۸۶۲۵ کے جذر کے = ۱۹۶۸۴۴ اور کل میں فٹوں کی
تعداد = ۱۹۶۸۴۴ - ۷۵ = ۱۹۶۸۴۴

پس میق کا مقام تحقیق ہو گیا۔

(۲۱۱) اب ہم مشق کے واسطے چند مثالیں لکھتے ہیں۔

(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور زمین ۲۰ فیٹ کی واسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
۸۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جاگیر لگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۸۰۰ انچ کے واسطے ہے۔
جبکہ جب کا دریافت کرنا چاہئے ہے ۸۰۰ مربع گز کو ۲۰۰ کی مربع پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی۔

$$\frac{5}{39} = \frac{10}{78} = \frac{20}{156} = \frac{40}{312}$$

پس جاوے مطلوب $\frac{5}{39}$ مربع گز ہوئی یعنی $\frac{5}{39}$ حصہ ۹ مربع فیٹ کے یعنی ۱۱ مربع فیٹ کے
(۲) اگر نقشہ پر ۸۰۰ مربع گز کو ایک مربع انچ پر تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا۔

$$۸۰۰ \text{ مربع گز} = ۱۴۴ \times ۹ \times ۴۴ \text{ مربع انچ اور } ۱۴۴ \times ۹ \times ۴۴ \text{ کا جذر} = ۷۲$$

پس اس سے معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہے۔

(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع میں نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اس کا رقبہ ۱۱ مربع فیٹ ہے
اس کے اضلاع دریافت کرو۔

اگر قائم الزاویہ کے اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہوں تو اس کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہو گا پس تناسب حاصل ہو گا
۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سے جس کا دریافت کرنا منظور ہے

$$\text{اس واسطے اس ضلع کا مربع} = \frac{180 \times 14}{2} = 9 \times 14 = 126$$

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اس واسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط ۳۴۰ براہین قبولی نسبت دریا
فرض کرو کہ مثلث کا ہر ایک ضلع ۱۱۲ فیٹ ہے تو اس کا رقبہ ۴۳۳۰ مربع فیٹ ہو گا مجموعہ اضلاع مثلث
کا ۳۴۰ فیٹ ہے اور اگر دائرہ کا محیط ۳۴۰ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ موجب فیصل (۱۳) کے ۱۶۲ مربع فیٹ
ہو گا ۱۶۲ کو ۴۳۳۰ کو تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲۷.۵ ہو گا پس دائرہ کا رقبہ مثلث کو
رقبہ سے ۲۷.۵ گنا ہوا۔

ہم کو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہو گا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھ ہی فرض کریں
مثلاً فرض کریں کہ ہر ایک ضلع ۱۱۲ فیٹ ہے تو ہم کو مثلث اور دائرہ کے رقبہ پہلے قبول سے ۲۷.۵ گنی حاصل
ہونگے مگر نسبت ان دونوں میں ایک ہی رہے گی اور میں کچھ فرق نہیں آئیگا۔

اونیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک کعبہ ۳۰۰ مربع گز زمین میں ہے اس فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کر کے اس کا
خاکہ نقشہ بناو تا رہا ہی تو بتاؤ نقشہ پر کتنے مربع انچ جا کر رہے گی۔

(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کریں تو ہر ایک کعبہ کتنی جگہ نقشہ کشتوار میں گمیرے گا۔

(۳) ایک نقشہ میں ایک مربع کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کیا ہے تو اس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو۔

(۴) ایک سشہ میں ۱۰ ایکڑ کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کیا ہے تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق نقشہ
بنا یا گیا ہے۔

(۵) ایک کعبہ کے نقشہ سے اصل کعبہ دس ہزار گنا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کعبہ کے
۲۰ فیٹ طول کو تعبیر کرے گا۔

(۶) ایک جاگہ نقشہ اصل گیسریس کر دیکھنا ہی تو بتاؤ کہ اس نقشہ میں میل کے انچ سے بغیر ہوا ہے۔
(۷) ایک قائم الزاویہ کی ضلع میں ۲ اور ۳ کی نسبت ہی اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہے اس کے
ضلع دریافت کرو۔

(۸) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۱۳ اور ۱۴ اور ۱۵ کی ہے اور رقبہ ۲۴۲۰ مربع فیٹ ہے اس ضلع
کو فٹوں میں دریافت کرو۔

(۹) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۷ اور ۲۰ اور ۲۱ کی ہے اور رقبہ ۲۲۰ مربع فیٹ ہے تو ضلع کو فٹوں میں بتلاؤ
(۱۰) ایک مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ ضلع ایک ہی اونکے رقبوں میں نسبت بتلاؤ۔

(۱۱) ایک مربع اور ایک سدس منتظم کا مجموعہ ضلع ایک ہی ہے اور انکے رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ۔
(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ ایک ہی ہیں اور انکے رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ۔

(۱۳) ایک اڑھ کا محیط اور ایک سدس منتظم کا مجموعہ ضلع ایک ہی ہے اور انکے رقبوں کی باہمی نسبت بتلاؤ
(۱۴) مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع کیا کہیں کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو۔

(۱۵) ایک مثلث مساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہے تو بتاؤ جو سدس منتظم اسکے برابر
ہوگا اور اس کا ضلع کیا ہوگا۔

(۱۶) ایک اڑھ کا نصف قطر ایسا دیا کرو کہ اسکے اندر ۹ درجہ قطبہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو۔

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۵ فیٹ ہے اب منظور یہ ہو کہ اور اضلاع میں کسی ایک ضلع کے خطوط
متوازی کیچکر اس مثلث کو باہر برابر حصوں میں تقسیم کریں تو بتاؤ اس مثلث سے نقاط
تقسیم کے کیا فاصلے ہونگے۔

(۱۸) ایک مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہے اور انکے مجموعہ اضلاع میں
باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے۔

(۱۹) ایک ذوزنقہ کے ضلع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہیں اور انکے درمیان عمودی فاصلہ
۵۰ ہے اب منظور یہ ہو کہ اس ذوزنقہ کو دو مساوی ذوزنقہ میں تقسیم کریں۔

تو اضلاع متوازیہ میں سے جوئے ضلع سے اضعف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا
(۲۰) ہر کا ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور ایک قطر کے متوازی در خط مستقیم کی پکارا اسکے تین برابر حصے کی ہیں
تو خطوط متوازیہ کے درمیان فاصلہ عمودی کو دریافت کرو۔

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلع کی شکل منظر کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو تو موجب فہات ۱۹۹ اور ۱۰
ثابت کرو کہ دائرہ کا رقبہ $\frac{2154}{3}$ گنا کثیر الاضلاع کے رقبہ سے ہے

باب چہارم مجہات

بیسویں فصل حدود

(۲۱۳) بعض اصطلاحات کی تعریف ہر باب کو شروع کرتے ہیں اور سکا آئندہ بہت کام پڑتا ہے
یہ بات آسانی کے لئے ہے کہ حسب ذکر جو ہم کر کے ایک ہی فصل میں ہم کتبی ہیں لیکن بعض ضرورتیں کہ
طالب علم اس کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کرے مبتدی کو واسطے ہی کافی ہوگا اور اول تکلیف
سب حدود کو توجہ کے ساتھ پڑھ جائے اور یہ جہان موقع اور ضرورت آن کر پڑے اور توجہ کرے۔
(۲۱۴) سطح متوازیہ وہ ہیں جو آپس میں کہیں نہ ملیں خواہ کہیں تکلیف کی جائیں مثلاً ایک
سکان کی جہت اور فرش دو سطح متوازیہ ہیں۔

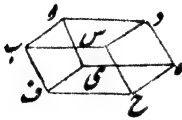
(۲۱۵) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہے یا زاوئے قائمے بناتا ہے جب ہر خط مستقیم پر جو اس
سطح میں اسے ملے زاوئے قائم بناتا ہے۔

یہ علم ہندسہ کا حدود بعینہ ہی خواہ طالب علم سپر غور کرے یا نہ کرے مگر وہ سطح پر عمود ہونے
کے معنی کو آسانی سے اس طرح سمجھ سکتا ہے کہ سیدھی لکڑی کو سیدھا زمین پر
کھڑا کر کے دیدہ لے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہیں۔

اور اس سطح پر علم ہندسہ حدود پر غور کرنے کے طالب علم اس بات کو سمجھ سکتا ہے کہ ایک
سطح پر ایک سطح کے عمود ہونے یا زاوے قائمے بنانے کے کیا معنی ہیں وہ ایک مکان
کی دیوار بن دیکھ لے کہ وہ فرش اور چیت دو نو پر عمود ہیں اور کوار کو دیکھ لے کہ انہی چوڑ

پہرے سے دونو فرش اور چپت پر محدود رہتا ہے۔

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ کل مجسم جس کو چہ متوازی الاضلاع ہوں نے احاطہ کیا ہو اور انہیں سے دو دو مقابل کی سطحیں متوازی اور متساوی ہوں نیچے شکل میں مجسم متوازی السطوح کی صورت بنی ہوئی ہے اور اس میں ارب سق اور سی فسج ہر برابر متوازی الاضلاع ہیں سطوح متوازیہ میں ہیں ارب سق اور سی فسج ہر برابر



متوازی الاضلاع ہیں سطوح متوازیہ میں ہیں

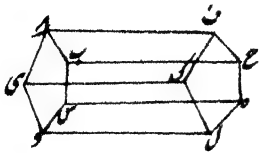
اور ارادہ سی اور ب س ق ہر برابر

متوازی الاضلاع ہیں سطوح متوازیہ میں ہیں

جب مجسم متوازی السطوح کی چوں سطوح احاطہ کرنوالی قائم الزاویہ بنیں تو اس کو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کہتے ہیں اور اگر وہ قائم الزاویہ بنیں تو اس کو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہیں ابٹا کو دیکھ لو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجھ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہے ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جسکی احاطہ کرنے والے چوں قائم الزاویہ اسپہیں برابر ہوں اس کو مکعب کہتے ہیں اور اسی مضمون کو یوں ہی بیان کرتے ہیں کہ مکعب وہ مجسم ہے جس کو چہ برابر مربعوں نے احاطہ کیا ہو اور انہیں سے دو دو مقابل کے مربعے سطوح متوازیہ میں ہوں۔

(۲۱۶) جن سطوح مستویہ ہوں احاطہ ہوتی ہیں ان کو اطراف مجسم کہتے ہیں یا مجسم کی رخ اور ان سطوح مستویہ کو جو خطوط تقسیم احاطہ کرتے ہیں ان کو مجسم کے کنارے کہتے ہیں پس مجسم متوازی السطوح کی چہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہیں۔

(۲۱۷) متوڑہ کل مجسم جس کو ان اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنہیں سے دو سطحیں جو مقابل ہوں متساویہ اور متوازی ہوں اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہوں جو سطحیں بل کی متساوی اور متوازی ہوتی ہیں ان کو منشور کے سر یا منشور کے قاعدے کہتے ہیں



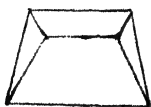
یہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہے اور
ارب سن ہی اور فنج ہل اوکی سرخس سادیہ
ہین اور یہ دونو سطوح متوازیہ ہین اور مجسم کا احاطہ
کرنیوالی اور تکلیف متوازی الاضلاع ہین ارب سن

اور بس وجہ ہین اور ایسی ہی اور بھی تکلیف ہین ایسی منشور کو منشور خاص کہتی ہین اور اگر منشور کے
سرورن پر سرورن ہون تو اوکو منشور سد ہی کہینگے اور علیٰ ذہا القیاس منشور کو قائم الزاویہ اس
حالت میں کہتی ہین کہ متوازی الاضلاع ہین اوکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہون اور غیر قائم الزاویہ
کہتے ہین جیسا کہ مثال تھیلایسی ہون منشور قائم ہین رخو پر اوکے سرورن کے قائم بناتے ہین۔
پس اس طرح مجسم متوازی السطوح منشور ہین داخل ہو گیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور
مکعب منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے۔

(۲۱۸) مخروط و مجسم ہر جس کو کسی ایک شکل منقبتہ الاضلاع اور ہین یا زاویہ مثلثون احاطہ کیا ہو اور
یہ مثلث ایک نقطہ پر ملتے ہون اس نقطہ کو اس مخروط اور اوکے مقابل کی منقبتہ الاضلاع کو قاعدہ
مخروط کہتے ہین جب تین مثلث اس پر ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہی اور جب چار
اس پر ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوالربعہ الاضلاع ہوتا ہی سرور کا ہینار جو مخروطی شکل مشہور ہین
وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اوہین اوکے قاعدہ
مربع بنے ہوتے ہین۔ جب بائچ مثلث اس پر ملتے ہین مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے
اور علیٰ ذہا القیاس۔

(۲۱۹) اگر مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اس سطح
کے درمیان واقع ہوگا اوکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہ سطح مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہین
اگر ایک مخروط و جسمون میں ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو قطع کرے ہو تو ایک حصہ مخروط
ناقص ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا۔

(۲۲۰) فائدہ جسم جو یکو پانچ سطحوں احاطہ کیا ہو اور اس کا قاعدہ ایک قائم الراویہ ہو اور دوسرے



شکست ہوں اور باقی دو طرفوں میں اس کے دو وزون لفظ ہوں
دو وزون لفظ کا فضل متساوی نہ کا کنا و کلا تا ہی اور قاعدہ
کا ضلع جو کنا و کا متوازی ہو اس کو طول قاعدہ کہتے ہیں

اگر قاعدہ کا طول کنا و کو برابر ہو تو دو وزون متوازی الاضلاع میں ہو گئیں فائدہ منشور غیر قائم الراویہ ہو جائیگا
اور اگر یہ متوازی الاضلاع میں قائم الراویہ ہو گئیں تو فائدہ منشور مثلثی قائم الراویہ ہو گا۔

(۲۲۱) مخمض وزون لفظ وہ جسم ہے جس کے سر و پیر و متقیمة الاضلاع متوازی ہوں اور ان میں تعداد اضلاع
برابر ہو اور اس کے تمام اطراف دو وزون لفظ ہوں

اگر سرے متساویہ شکلین اور ہم وضع ہوں تو
مخمس وزون لفظ مخروط ناقص ہو گا



اگر سرے قائم الراویہ ہیں تو مخمس وزون لفظ
فائدہ ناقص ہو گا بعض کے نزدیک مخمس وزون لفظ
اس آخر ہی جسم کا نام ہے۔

(۲۲۲) کرہ وہ جسم جو یکو سطح کا سر ایک نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہووے
اس خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہیں۔

کرہ کا نصف وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کی سطح تک کیجا جائے۔

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کیجا جاوے اور دو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو۔
کرہ کو جی سطح سے قطع ہو تو سطح متساوی دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز پر گزرتی ہو تو سطح متساوی دائرہ
عظیم پیدا کرے گی کہی کہی کرہ کو گولابی کہتے ہیں گیند اور انہی کی گولیان دیکھو اس کے کرہ کی
شکل خوب سمجھ میں آتی ہے اور سی کی گولیان اور ببت سی چیزیں ایسی ہیں کہ ان کو دیکھ کر
کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہیں۔

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصوں میں منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہیں اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے خواہ وہی سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہے۔
اگر قاعدہ قطعہ ایک قطر عمود ہو تو اوپر کا جو حصہ قطعہ میں واقع ہوگا اوپر کو ارتفاع قطعہ کہیں گے۔
منطقہ کرہ وہ کرہ کا حصہ ہے جو دو متوازی سطحوں کے درمیان واقع ہو اور ان سطوح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہیں۔

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح بھی تعریف کرتے ہیں۔ فرض کرو کہ اب اس نصف دائرہ ہر اور اس قطعہ نصف دائرہ کا غذا یا اصلی کاکٹر لو اور اس کو قائم اور ساکن رکھ کر نصف دائرہ کو اوسکے گرد متحرک کرو تو اب اس کے متحرک



ہونے سے ایک محجم پیدا ہوگا اسی کو کرہ کہتے ہیں
کچھ ضرورت نہیں کہ اس ترکیب کرہ کی تعریف کریں کیونکہ اس سے
اور اچھی طرح تعریف کر سکتے ہیں اور اسی کرہ کا نقش خوب من میں ٹہا سکتے ہیں مگر اور محسبات
میں جب کی تعریف اسی ترکیب کی جاتی ہے اسلئے ہم نے یہ ترکیب دل کر دیں اختیار کی تاکہ
اوس اور محسبات کی تعریف سمجھنے میں آسانی ہو۔

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل محسمہ ہے کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو۔

مثلاً فرض کرو کہ اب اس قائم الزاویہ ہر اور اب قائم اور ساکن رکھا جائے اور قائم الزاویہ اوسکے گرد مکر لگائے۔

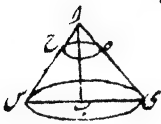


تو شکل اب اس کے چکر دینے سے ایک محجم پیدا ہوگا جسکو اسطوانہ
مستدیر کہتے ہیں اب کو محور یا سم اسطوانہ کہتے ہیں
دائرے جو اوپر اور اس ب کی حرکت سے پیدا ہوتے ہیں انکو اسطوانہ کے سرے کہتے ہیں
ہر ایک سر کو قاعدہ اسطوانہ ہی کہہ سکتے ہیں۔

ناتراشیدہ ستری قلم خوب سطوانہ کی مثال ہے اگر اسطوانہ کسی سطح سے جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو
تو اس سطح اور اسطوانہ کا مفصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کے جو دو حصے ہونگے ان میں
سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا اور اس مفصل مشترک کو شرح متفاصل بھی کہتے ہیں۔
(۲۲۵) جب کو ہم اسطوانہ کہتے ہیں اسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہے اس لفظ قائم یہ سمجھا جاتا ہے
کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہے اور لفظ مستدیر یہ سمجھا جاتا ہے کہ اسکا قاعدہ دائرہ ہے اور تیسری چیز
کرنے سے وہ پیدا ہوا ہے اور اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ بھی تحقیق یا ضمیمہ
میں واقع ہوتی ہیں۔ اسطوانہ کو بہت مائیت ایسی مخروط سے ہے جسکے قاعدہ کے ضلع بہت
ہوں اور ہر ایک ضلع نہایت چھوٹا ہو۔

اسطوانہ مستدیر قائم اس مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہے جسکے سرکشہ الاضلاع منظم ہوں
مخروط مائل سے قطع اسطوانہ مائل کا سمجھ میں آسکتا ہے۔
آئندہ فقط اسطوانہ کا لفظ کام میں آئے تو اس سے مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہو سکتا ہے مگر معتدلوں
کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھیں۔

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ کل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ میں کسی ایک ضلع کو
ساکن رکھ کر مثلث قائم الزاویہ کو اس پر پورا چکر دینے سے پیدا ہوگا
مثلاً فرض کرو کہ اس مثلث قائم الزاویہ پر اور ب او میں زاویہ قائمہ ہے۔
اب اس کو ساکن رکھ کر اس پر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے



ایک مجسمہ پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہیں
نقطہ او کو مخروط مستدیر کا اس اور اب کو اسکا محور اور سم کہتے ہیں۔

اور اب اس کی حرکت جو دائرہ پیدا ہوتا ہے اسکو قاعدہ مستدیر کہتے ہیں اس سے قاعدہ
کی محیط تک جو خط کسبیا جائے تو اس کو مخروط مستدیر کا ضلع مائل اور کبھی اسکو مخروط
مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہیں۔

اگر مخروط مستدیر کو ایک طم قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کی ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل میں دائرہ حہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے تو وہ حصہ کہ اس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہے لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہے اسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہیں دفعہ (۲۱۹) دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا منقطع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ منقطع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متفاضل سے قطع ہو جاتا ہے اسکی مثال شکل میں قطع حس موجود ہے۔

(۲۲۰) مخروط کے ساتھ جو الفاظ ہم نے مستدیر اور قائم کے لگائے ہیں اسکی وجہ یہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہوتا ہے اور قائم اس سبب کہ محور آب زاوئے قائمے قاعدہ پر بناتا ہے سو مخروط مستدیر قائم کی اور طرکی ہی مخروطات تحقیقات یا منیہ میں آتے ہیں مخروط دو طرح کی ہوتی ہیں ایک بن قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتا ہے دوسرے میں دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط منقطع کہتے ہیں اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونوں میں اسپین بڑی مانگت ہے جو مخروط منقطع ایسا ہے کہ اسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منقطع ہے اور شلشی اطراف سب اسپین برابر ہیں وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہے اور جو مخروط منقطع ایسا ہے کہ اسکا قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع منقطع نہیں ہے اور نہ اسکی شلشی اطراف برابر ہیں وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکھتا ہے۔

جب ہم نالفظ مخروط کا لکھیں تو اس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہوتا ہے مگر مندی کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے۔

(۲۲۱) جسم حلقہ سے مراد وہ جسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح میں ہو اسکو قطع نہ کرنا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو۔

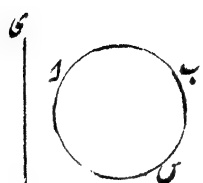
مثلاً فرض کرو کہ آب س دائرہ ہے اور دمی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ میں ہے۔

اور وہ سطح دائرہ کو نہیں کاٹتا ہے

دو کو ساکن رکھ کر دائرہ اربس کو

دو کے گرد حرکت دین شکل اربس کی حرکت

سے ایک جسم پیدا ہوگا اور اسکو حلقہ کہتے ہیں۔



(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہیں۔ طرف مقابل سے جو عمود اس

قاعدہ پر نکالیں اور اسکو ارتفاع مجسم کہتے ہیں۔

مخروط مضلع اور ستیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو اس سے قاعدہ پر نکالیں

منشور واسطوانہ اور مجسم ذوزنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سر سے دوسرے

سر سے تک کیجی جائے ہر سر کو قاعدہ کہہ سکتے ہیں۔ فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے

کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالیں۔

اکیسویں فصل پیمانہ محسبات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ (۱۲۶) میں جدول سطحات کے پیمانوں کی بسط کے ساتھ لکھی ہو اسسطرح جدول

محسبات پیمانوں کی توضیح کے ساتھ لکھی جا سکتی ہے مگر فقط بیان اتنی بات تھا وکیہ لینا کافی ہے کہ

۲۸۔ مکعب انچ کا ایک مکعب فٹ ہوتا ہے

۲۔ مکعب فٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) پیمانوں کے نظام اور اوزان میں جو ربط اور تعلق ہوتا ہے اور اسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے

حقیقت میں جو اوزان ہیں وہ بھی محسبات کے پیمانوں سے امدارہ ہوتے ہیں مثلاً گرین کا وزن

اسطرح معین کرتے ہیں کہ صاف پانی کا ایک مکعب انچ لیتے ہیں اور اسکو تولتے ہیں اور ۲۵۲۰۳۵۸۸۱۶

گرین کا وزن اسکا مقرر کرتے ہیں۔

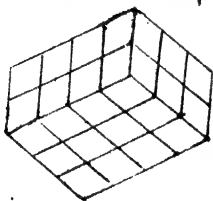
ایک پونڈ اور ڈیڑ پونڈ کے وزن کو... گرین مقرر کرتے ہیں۔ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن

۲۸۔۲۵۸۸۱۶ گرین یعنی ۲۵۲۰۳۵۸۸۱۶ اور ڈیڑ پونڈ

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۱۳۷۵ کی ہوا اسلئے عمل میں اکثر یہ کافی ہوتا ہو کہ ایک کعبہ فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب میں لگائیں۔

میلن ایک پیمانہ ہوتا ہے جس میں ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہے یعنی ۱۰۰۰ گرین پس اس سے معلوم ہوا کہ گیلن میں ۲۵۲۰۴۵ مکعب انچ ہونگے اور یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۲۵۲۰۴۵ کے لیکن اکثر عمل میں امر کافی ہوتا ہو کہ گیلن کو ۲۵۰ مکعب انچ شمار کر حساب لگالیتے ہیں۔

بانیسویں فصل مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کے بیان میں
(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ ۵ انچ طول میں ۲ انچ عرض میں



اور ۲ انچ ارتفاع میں ہے اب یہ مجسم متوازی اسطوح سے جو ایک طرف کی متوازی ہوں ایک ایک انچ کے فاصلہ سے قطع ہو تو وہ مجسم ۲۲ برابر مجسموں میں منقسم ہوگا اور ان مجسموں میں سے ہر ایک ایسا مکعب ہوگا

کہ جس کا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ ایسے مکعب ایک ایک انچ کتبہ ہوں گے۔ یہ مجسم متوازی اسطوح میں ۲۲ مکعب انچ ہوں گے اور اس سے طلب کو یوں ادا کیا کرتے ہیں کہ مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲ مکعب انچ ہے۔

بجائے لفظ ضخامت کے لفظ جسامت اور حجم کا ہی استعمال کرتے ہیں۔

۲۳۲ و ۲۲ کا حاصل ضرب ۲۲۲ کا عدد ہے اور مجسم متوازی اسطوح کا طول و عرض و ارتفاع ان اعداد سے تعبیر ہوتا ہے۔

(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی اسطوح کا طول ۵ انچ و عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہو تو مجسم کی طرح ثابت کر سکتے ہیں کہ اس کی جسامت ۲ مکعب انچ کی ست گنی کا آٹھ گنا ہے یعنی ۲۰ مکعب انچ ہے۔ ایسے ہی اگر مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ ۵ انچ طول میں اور ۲ انچ عرض میں

اور ۱۰ انچ ارتفاع میں ہو تو جسم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ گنی گاہ اگنا ہوگا یعنی ۱۲۰ مکعب انچ اور علیٰ ہذا القیاس۔

(۲۳۴) اسی طرح اگر مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲ فیٹ لمبا اور ۲ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ اونچا ہو تو ۲ مکعب فیٹ جسامت ہوگی یعنی مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲ برابر ایسی مجموع میں تقسیم ہوگا کہ ہر ایک وینچ ایک فیٹ لمبا ایک فیٹ چوڑا ایک فیٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲ مکعب گز لمبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اسکی جسامت ۲ مکعب ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس۔

(۲۳۵) دفعہ (۱۳۱) میں چنے اکابر اصول عام بیان کیا ہے اور سکوطالب علم یاد کر کے یہ کیسے گا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ یہی اولیٰ اصول کے موافق ہو یعنی ایک مجسمہ کو پانچہ واحد قرار دیتے ہیں اور اس مجسمات کی جسامتوں کا اندازہ کرتے ہیں اور حساب لگا دیتے ہیں مکعب کو پانچہ واحد مہراتے ہیں اور اس سے جسامتوں کے اندازہ کرنے میں نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب یا پنج ہو یا ایک مکعب فن ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو۔

(۲۳۶) پس مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اول طول عرض ارتفاع کو ایک نوع کے پانچوں میں تحلیل کرنا چاہئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کریں اور انکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا اگر طول عرض ارتفاع سب یکساں ہیں بیان کئے جائیں تو جسامت مکعب پانچوں میں تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فوٹ میں بیان کئے جائیں تو جسامت اسکی مکعب فن میں تعبیر ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس۔

(۲۳۷) دفعہ (۲۳۱) میں جنرل کو بیان کیا ہے اور میں جسامت برابر ۲۴ × ۲۴ × ۲۴ مکعب انچ کو جو اب فرض کرو کہ مجموع متوازی السطوح کا قاعدہ اس سطح قائم الزاویہ کو ہم بنائیں جو ۲۴ لمبا اور ۲۴ چوڑا ہو تو ارتفاع ۲۴ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس سے کہ جسم کی

جسامت تعبیر ہوتی ہو اور ان اعداد کا حاصل ضرب جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں اگر اس سطح قائم الراویہ کو قاعدہ بنائیں جبکہ طول در عرض ۲۰ انچ ہیں تو ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا پس اب بھی موافق سابق کے جسامت اور اعداد کے حاصل ضرب کی برابر ہے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں۔ ہم محکم کا قاعدہ اس قائم الراویہ کو بنائیں جبکہ طول عرض ۲۰ انچ ہیں تو ارتفاع ۴۰ انچ ہوگا اور موافق سابق کے اعداد کے حاصل ضرب کی برابر جسامت ہوگی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں۔

(۲۳۸) اب اس طالب علم سنات کو سمجھ جائیگا کہ محجمات کی جسامتوں کو سطح بیان کیا کرتے ہیں ہم قاعدہ کو انحصار کے ساتھ بیان کرینگے مگر اصلے سمجھنے میں طالب علم کو کچھ وقت نہیں اتم ہوگی اگر وہ دفعات گزشتہ کے بیانات کو بخوبی سمجھ گیا ہو۔

(۲۳۹) مجموعہ متوازی السطوح قائم الراویہ کی جسامت دریافت کرو قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپس میں ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت ہوگی۔ یا قاعدہ کے رقبے کو ارتفاع میں ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت ہوگی۔

(۲۴۰) مثالیں۔

۱) مجموعہ متوازی السطوح قائم الراویہ کا طول ۲ فٹ ۶ انچ اور عرض ۱۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہو
۲ فٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ ۱۸ فٹ ۶ انچ = ۲۰ انچ

$$5400 = 9 \times 20 \times 30$$

پس جسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے۔

(۲) مجموعہ متوازی السطوح قائم الراویہ کے قاعدہ کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ ہو اور ارتفاع ۳ فٹ ۹ انچ ہو
۳ فٹ ۹ انچ = ۳۷۵ فٹ

$$5400 = 375 \times 15$$

۱۵ فٹ مکعب ہے۔

(۳) اگر ہم مجموعہ متوازی السطوح قائم الراویہ کی جسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہے اور اس کو اوس عدد پر تقسیم کریں جو قاعدہ کا رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تو خارج قسمت ارتفاع ہو گا اور سطح سے اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ ہم دریافت کر سکتے ہیں لگاس بات کی احتیاط تقسیم کرنے میں رہی کہ جسامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو متجانس پیمانوں میں تحول کریں دفعہ (۱۳۲) دیکھو۔

(۲۴۳) مثالیں

(۱) مجموعہ متوازی السطوح کی جسامت ۴۰ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہے اور ارتفاع دریافت کرو۔

$$\text{نصف مربع فٹ} = ۲ = \text{مربع انچ اور } \frac{۵۷۶}{۲} = ۸$$

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۶ مکعب فٹ ہے اور ارتفاع ۴ فٹ ۸ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{فٹ ۴ انچ} = \frac{۱۶}{۳} \text{ فٹ اور } \frac{۱۶}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۶۴}{۹}$$

پس قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فٹ ہے

(۲۴۴) وہ مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ ایک مکعب تھا جس کا طول عرض ارتفاع سب برابر تھے پس مکعب کی جسامت دریافت کر لیں اور اوس عدد کو طول کو تعبیر کرتا ہے فی نصف ضرب دیں اور حاصل ضرب کو پھر اسی عدد میں ضرب دیں پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ عدد کے مکعب کے جو یہ مراد ہوتی ہے کہ عدد کو فی نصف ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اسی عدد میں ضرب دو تو اسکی وجہ یہی ہے۔

(۲۴۵) دفعہ (۲۳۲) میں جو نقشہ لکھا ہے اوس میں جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب کے درمیان ہے وہ اس بات کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہے مثلاً اولیٰ ہی ہم نے بیان کیا ہے کہ ۲۸ مکعب انچ ایک مکعب کو تعبیر کرتا ہے ایک مکعب ۱۲ انچ لکھا

اور ۱۲ انچ چوٹا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دھند (۲۳۲) کی ترکیب کے موافق ایک مکعب میں $۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲$ مکعب انچ ہونگے یعنی ۲۸۸ مکعب انچ
(۲۴۵) اب بطور شق کے چند مثالیں ہم حل کرتے ہیں
(۱) ایک دیوار ۶ گز لمبی ۵ فیٹ بلند اور انٹ ۱۰ انچ آٹار کی بنائی منظور ہے تو بتاؤ ۱۹ انچ لمبی ۳ انچ چوڑی ۳۱ انچ موٹی اینٹیں کتنی اور مین لگنیگی۔
مکعب انچوں کی تعداد دیوار میں

$$۲۵ \times ۳ \times ۱۲ \times ۱۵ \times ۱۲ \times ۴$$

اور اینٹ میں $۳۵ \times ۴ \times ۳$ پتلے عدد کو دوسرے بقسم کر دو تو خارج قسمت ... ۳ نکلے گا
پس یہ اینٹوں کی تعداد ہے۔

(۲) ایک طرف ۵ فیٹ ۴ انچ طول میں ۸ فیٹ ۳ انچ عرض میں ہو اور اوس میں پانی بھر ہوا ہو تو
بتاؤ کتنے مکعب پانی اوس میں سے نکالیں کہ ایک فٹ پانی اور جائے۔

پانی کا حجم جو اس طرف میں نکالا جائے برابر اس مجسم ترازوی السطوح قائم الزاویہ کے ہے
جو ۱۵ فیٹ طول میں اور ۸ فیٹ عرض میں اور ایک فٹ عمق میں ہو اس واسطے اس
حجم میں مکعب فٹوں کی تعداد $۱۵ \times ۸ \times ۱$ یعنی ۱۲۰ یعنی ۱۲۰ ہے

(۳) ایک مکعب طرف میں ۱۰ گیلن پانی ہو اس کا طول دریافت کرو
طرف میں ۴۷ و ۴ مکعب انچ میں پس تعداد انچوں کی طول میں اس کے جذر الکعب نکالو سو دریافت
ہوگی اور اس کا جذر الکعب ۳۰ و ۲۷ انچ ہر اسلئے یہی ضلع کا طول ہے۔

(۴) ایک طرف مجسم ترازوی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوپر دو کمانہ میں ہو رہے
طول ۴ فیٹ ہو اور عرض ۲ فیٹ اور گہرائی ۲ فیٹ ہو اور جس شی کا وہ صندوق بنا ہوا ہو اس کا
دل ایک نصف انچ ہے اس شی کے مکعب انچ دریافت کرو۔

استداد بیرونی انچوں میں ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ میں اور حیاست اسکی ۴۸ و ۳۶ مکعب انچ ہے

اور امتداد اندرونی انچونین ۴۵ و ۳۵ و ۲۳ و ۱۶ این اسلئے جسامت ۳۸۴۵ ۱/۲ مکعب انچ

پس اوین ۲۸۱۴ ۱/۲ مکعب انچ کا تفاوت ہی ہی حاصل مطلوب ہو

بایسویں فصل کی مثالین

جن مکعبوں کے طول تفصیل ذیل ہیں ان کے اندر تعداد مکعب فٹوں اور انچوں کی دریافت کرو

(۱) ایک فیدم

(۲) ۲ فٹ ۸ انچ

(۳) ایک پول

(۴) اگر ۱ فٹ ۹ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے اندر مکعب فٹ اور انچوں کی تعداد دریافت کرو۔

(۵) ۴ فٹ ۸ انچ ۳ فٹ ۶ انچ ۲ فٹ ۴ انچ

(۶) ۷ فٹ ۹ انچ ۴ فٹ ۶ انچ ۲ فٹ ۳ انچ

(۷) ۶ گز ۲ فٹ ۷ انچ ۳ فٹ ۴ انچ ۲ فٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۱۱ انچ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے اندر مکعب فٹ اور انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فٹ ارتفاع ۴ فٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ارتفاع اگر

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فٹ ۲۰ مربع انچ ہوا ارتفاع اگر ۶ انچ ہو

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۶ مکعب فٹ قاعدہ ۸ مربع فٹ

(۱۴) جسامت ۳ مکعب فٹ قاعدہ ۳ فٹ ۴ انچ طول میں اور ۲ فٹ ۶ انچ عرض میں

(۱۵) حجم ۲۲ مکعب فیٹ ۱۶۹ مکعب اینچ قاعدہ ۲۲ مربع فیٹ ۳۳ مربع اینچ
(۱۶) حجم ۱۹ مکعب فیٹ ۵۶ مکعب اینچ قاعدہ ۳۲ مربع فیٹ ۳۲ مربع اینچ
جن مجسمات متوازی السطوح قائم الراویہ کو حجم اور ارتفاع تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکو قاعدوں کے
رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ اینچ (۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۲۸ مکعب اینچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ اینچ
(۱۹) حجم ۹ مکعب فیٹ ۲۸ مکعب اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ اینچ
(۲۰) حجم ۲۹۶ مکعب فیٹ ۴۴ مکعب اینچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ اینچ
جن مجسمات متوازی السطوح قائم الراویہ کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے حجم میں گیلن دریافت کرو
(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ اینچ ۶ فیٹ ۸ اینچ ۵ اینچ

(۲۳) ۶ فیٹ ۴ اینچ ۶ فیٹ ۶ اینچ ۹ اینچ
(۲۴) ۸ فیٹ ۶ اینچ ۸ فیٹ ۴ اینچ ۸ فیٹ ۲ اینچ
جن مجسمات متوازی السطوح قائم الراویہ میں ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے اندجوبانی بلجائے
اوسکا وزن ہندریڈ ویٹ میں تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ
(۲۶) ۵ فیٹ ۶ اینچ ۵ فیٹ ۶ اینچ ۵ فیٹ ۳ اینچ
(۲۷) ۶ فیٹ ۹ اینچ ۶ فیٹ ۵ اینچ ۵ فیٹ ۱۰ اینچ
(۲۸) ۹ فیٹ ۴ اینچ ۸ فیٹ ۶ اینچ ۸ فیٹ ۲ اینچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ اینچ طول کل مکعب برابر ان تین مکعبوں کے مجموعہ ہوتا ہے جنکو طول ۳ اینچ ۲ اینچ ۱ اینچ
(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الراویہ کے کنارے ۴ جریب ۵ کڑی جریب کڑی اور ۳ کڑی
ہیں اوسکی جسامت میں کعب جریب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکعب میں ۱۰ اینچ عرض کی کڑیاں دو لگی ہیں اور وہ سب ملکر ۱۰ مکعب فیٹ دوسو

تین تو ہر ایک کرٹیکا طول دریافت کرو۔

(۳۲) ایک پوار ۹ فٹ طول میں ۱۸ انچ آٹار میں فیٹ بلند ہو تو بناؤ اسکے اندر ۹ انچ لمبی ۴ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹیں کتنی لگنیگی۔

(۳۳) یہی کتابیں کہ جنہیں ہر ایک کتاب ۵ انچ لمبی ۵ انچ چوڑی ۲ انچ موٹی ہو فیٹ ۹ انچ لمبی ۳ فیٹ چوڑے ۲ فیٹ اونچے صندوق میں کتنی سمائیں گی۔

(۳۴) اگر ایک مکعب سونے کے ورق ۴۳۲ مربع انچ پر پیل جائیں تو بتاؤ اوسکا ذل کیا ہوگا۔

(۳۵) ایک میٹر ۳۹ ۱۲ انچ کا ہوتا ہے تو اوس مکعب میں جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب کی تعداد دریافت کرو۔

(۳۶) ایک چٹان ۴ فٹ طول میں ۲ فٹ عرض میں ۱۲ فٹ موٹا ہے اور اوسکا وزن ۲ ہنڈریڈ ویٹ ہے تو ۱۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو۔

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فٹ وزن میں ۱۷ ۱۲ گنا پانی کے ایک مکعب کے وزن سے ہوتا ہے تو اوس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فٹ ۴ انچ طول میں ۹ فٹ ۳ انچ عرض میں ۲ فٹ ۲ فٹ دل میں ہے۔

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب کا طول ۱۴ ۱۲ انچ ہو اوس میں ۱۰ گیلن پانی کم آئیگا اور جس مکعب کا طول ۱۴ ۵ انچ ہو اوس میں ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئیگا۔

(۳۹) ایک طرف ۴ فٹ ۱۸ انچ طول میں ۱۲ فٹ ۹ انچ عرض میں ۱۲ فٹ پانی سے بھرا ہوا ہے تو بتاؤ اوس میں سے کتنے فٹ پانی نکالیں کہ ایک فٹ پانی عمق میں کم ہو جائے۔

(۴۰) ایک طرف میں ۳ فٹ ۱۴ انچ طول میں ۹ فٹ ۹ انچ عرض میں ۱۲ فٹ پانی سے بھرا ہوا ہے تو بتاؤ اگر اوس میں سے ۱۰ گیلن پانی نکالیں تو کتنا پانی عمق میں کم ہو جائیگا۔

(۴۱) اگر ایک وسن شو کو کوٹ کاٹ کے ۲۰ مربع گز ذرق بنائیں تو بتاؤ کتنے ذرق

اگلی کریں کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فیٹ سونے کا وزن لہندریا ویٹ ۵۹ پونڈ ہوتا ہے
 (۴۴) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے

(۴۵) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض عمق فیوٹ ۱۰ کے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ
 کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسرے مجسم کے سہ چہرے برابر ہوں گے

(۴۶) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوا یا دوسرے مجسم متوازی السطوح
 قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دو چہرے کی برابر
 قریب قریب ہوں گے

(۴۷) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چہرے حصہ کے اور عرض بقدر
 ایک مائتوبین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک ٹیون حصہ کے زیادہ دوسرے مجسم کے طول عرض عمق
 سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم فیوٹ ۱۰ دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۸) ایک صندوق مکعب کی شکل کلے اور اس کا ڈھکنا نیلے ہے باہر سے طول اس کا فیٹ ۵ اور
 جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہو اس کی مٹائی ایک انچ ہی تو بتاؤ کتنے مکعب انچ لکڑی دین لگی ہوئی ہے۔

(۴۹) ایک مخروط مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہو اور اس کا اوپر کا سر نہیں بنا ہوا ہے
 اگر طول بیرونی اس کا فیٹ ۵ اور عرض فیٹ ۵ اور عمق فیٹ ۵ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اس کی
 مٹائی آدہ انچ ہو تو اس چیز کے مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو۔

(۵۰) ایک صندوق کا بیرونی طول عرض عمق ارتفاع ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ ہیں اور لکڑی کی
 مٹائی آدہ انچ ہے جب خالی صندوق کو تولتے ہیں تو اس کا وزن ۵۰ پونڈ ہوتا ہے اور جب ریت بھر لوں گے
 تولتے ہیں تو ۱۰۰ پونڈ وزن میں ہوتا ہے تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو۔

(۵۱) ایک انچ مٹائی لکڑی کا صندوق غیر اوپر کے سر کے بنا ہوا ہو اور اس کا بیرونی طول عرض اور
 ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ اور ۵ فیٹ ۵ انچ اور ۵ فیٹ ۵ انچ ہی تو بتاؤ صندوق میں کس حجم کی مٹائی ہوگی

(۵۲) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۵ فیٹ ۱۰ انچ اونچا ہے اور اس کا حجم

۴۰ مکعب فیٹ ۴۴ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو
 (۵۱) ایک مجسمہ ترازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ
 ہیں اور دونوں طرفوں میں ہر ایک طرف میں ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہیں اور دو طرفوں میں جنہیں سے
 ہر ایک طرف میں ۱ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ قوت ثابت کرو کہ مجسمہ ترازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۴ مکعب
 فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے۔

ان مثالوں میں جذر الکعب نکالا جائیگا۔

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جس کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو
 (۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جس کا حجم ۳ مکعب فیٹ ہو
 (۵۴) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جس میں ۴ مکعب گیلن پانی آتا ہو
 (۵۵) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جس میں ایک ٹن پانی آتا ہو۔
 (۵۶) اگر ۱۰۰ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو
 جس کا وزن نصف ٹن ہو

تیسویں فصل مجسمہ ترازی السطوح منشور و اسطوانہ کے بیان میں
 (۲۴۶) مجسمہ ترازی السطوح اور منشور و اسطوانہ کا حجم دریافت کرو
 قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا۔
 (۲۴۷) مثالیں

(۱) مجسمہ ترازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

$$۹ \text{ انچ} = \frac{۳}{۴} \text{ فیٹ} \quad \text{اور } ۵ \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳ \frac{۳}{۴}$$

پس ۳ مکعب فیٹ حجم ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہو جس کے اضلاع ۱ فیٹ ۱ انچ اور ۱ فیٹ ۸ انچ اور ۱ فیٹ ۹ انچ ہیں
 اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ جو بی و فٹ (۱۵۲) کے دریافت کرتے ہیں

افٹ ۱۱ = ۱۳ انچ افٹ ۸ = ۲۰ انچ

افٹ ۹ = ۲۱ انچ

$$۶ = ۲۱ - ۲۶ \text{ و } ۷ = ۲۱ + ۲۰ + ۱۳$$

$$۶ = ۲۱ - ۲۶ \text{ و } ۷ = ۲۰ - ۲۶ \text{ و } ۱۳ = ۲۱ - ۲۶$$

$$۶۸۶۲ = ۶۸۶۲ \times ۱۴۸۲۶ \text{ اور } ۱۵۸۶۲ \text{ کا جذر } ۱۲۶ \text{ ہے}$$

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے۔

افٹ ۱۰ = ۲۲ انچ

$$۲۲ \times ۱۲۶ = ۲۷۷۲ \text{ پس منشور کا حجم } ۲۷۷۲ \text{ مکعب انچ ہے}$$

(۲) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے

$$۷۸۵۴ = ۳۶۱۴۱۶ \times ۵ \times ۵ = ۷۸۵۴$$

$$۱۲۵۶۱۶۴ = ۱۶۸۶۸۵۴$$

پس ۱۲۵۶۱۶۴ مکعب انچ حجم ہے

(۲۴۸) اگر ہم مجموعہ متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اون کے قاعدہ کا رقبہ ہی تو جو

عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہو اور اس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہو تقسیم کر نیے ارتفاع معلوم ہوگا اور

علیٰ ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے۔

(۲۴۹) مثالیں

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو۔

$$\frac{۱۰۸}{۱} = ۱۰۸ \text{ پس ارتفاع } ۱۰۸ \text{ انچ ہے}$$

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فٹ ۲ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

$$\frac{۲۰۰۰}{۴.۲} = ۴۷۶ \text{ پس قاعدہ کا رقبہ } ۴۷۶ \text{ مربع انچ ہے}$$

(۲۵۰) دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ (۲۳۹) میں دوسرے قاعدہ بیان ہوا ہے اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی۔ ہلکویہ خیال ہے کہ ابتدائی کو دفعہ (۲۳۲) کے حل سے بالکل یقین ہو گیا ہوگا کہ مجسم توازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہوا ہے ہم اس بات کو ثابت کر دیں گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر یہی ہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ (۲۹) کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کر کہ دو منشورین جن کا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث ا ب س اور دوسرے کا قاعدہ تطویل ا ب د می ہی دفعہ (۲۹) کی ترکیب سے ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ منشور ج مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو تطویل پر ہے نصف ہے اس سے معلوم ہوا کہ دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ منشور قائم پر جس کا قاعدہ مثلث ہو حاوی ہوا اس واسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر یہی حاوی ہے جس کا قاعدہ مثلث مستقیمۃ الاصلع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ منشورین میں تقسیم ہو سکتا ہے اور منشوران مثلثوں کے مطابق ایسی منشورین میں تقسیم ہوگا کہ جنکے قاعدے مثلث ہیں اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہو اتوا دوسرے قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اس سے ہم یہ سمجھتے ہیں کہ منشور قائم کا حجم جس کا ارتفاع معین ہو قاعدہ کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہے چھ اوسکی شکل پر منحصر نہیں ہوتا اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ قاعدہ اوس صورت پر یہی حاوی ہے کہ منشور کا قاعدہ دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہوا اور اس سے ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہیں کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر پر ہے پر حاوی نہیں ہو سکتا اور محسوس ہوتا ہے کہ روبرہ کی بول چال میں اسطوانہ مستدیر نہیں کہتے ہیں مثلاً ستون و کنواں وغیرہ

(۲۵۲) مجسم توازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم توازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جس کا قاعدہ اور ارتفاع پہلے مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کے واسطے ہے وہی منشور مائل کے لئے ہے یہ شکل دفعہ (۲۰) کی شکل کے متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بھی اسی کے اثبات کے تشابہ ہی فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور میں رقبہ کو زیادہ کرنی تھی اور اوسکی پر اس کے رقبہ کو نفیر ہونے سے یہاں ایک جہت کو زیادہ

کریں گے اور اس کے برابر کی جسامت کو تفریق کریں گے۔

(۲۵۳) بعض مثالیں بطور مشق کے ہم حل کرتے ہیں۔

(۱) ایک انچ مکعب دہات کا تار پانچ سو ناکیں پھا گیا ہے اس کا طول بتاؤ
ظاہر ہے کہ ہر ایک اسطوانہ ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر پانچ ہی پس قاعدہ کا رقبہ پانچ مربع

مین = $\frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi (5)^2 = 19.63$ اور چونکہ جسامت ایک مکعب پانچ ہی

اس واسطے اکوڑ ۵۰۰۰ تقسیم کرو تو تار کا طول ۱۲۴/۳ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور
سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اس کی جسامت دریافت کرو۔

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہے کہ اس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لیں جس کا
ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور بھی اس کا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ
کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو اکثر نلی یا نل یا انابیہ کہتے ہیں۔

بوجیب و نمہ (۳) قاعدہ کا رقبہ ربع انچ مین = $16 \times 12 \times \frac{1}{4} = 48$ اور ارتفاع ۶۰ انچ

اس واسطے جسامت مکعب پانچ مین = $48 \times 60 = 2880$

(۴) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہو اور جسامت اس کی ۰۰ مکعب پانچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور قاعدہ کا نصف قطر یکساں ہیں برابر ہیں تو حاصل ضرب ۱۲۴/۳ اور نصف قطر کی تعداد

انچ کے مکعب کا برابر ۰۰ دے ہو اور اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب پانچ کی تعداد

= $\frac{124}{3} \times 15 = 620$ اور جب راکعب نکالے ۱۹/۵ حاصل ہوتے ہیں پس نصف قطر

تقریباً ۲۲/۵ انچ ہے۔

تیسویں فصل کی مثالیں

جن متوازیوں میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کے حجم مکعب فٹ اور انچ مین دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۶ مربع فٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

(۲) قاعدہ ۱۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع انچ ہی ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے
 (۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع انچ ہی ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے
 (۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ہی ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ ہے
 جن مثلثی منشورون میں استدلال تفصیل فرما معلوم ہوں اونکی جسامت میں مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو
 (۵) قاعدہ کے اضلاع ۷، ۱۵، ۱۷، ۱۲، ۱۲، ۱۲ انچ ہیں ارتفاع ۴، ۴، ۴ انچ
 (۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶، ۲۵، ۲۵، ۳۹، ۳۹، ۵۲ انچ ہیں ارتفاع ۵، ۵، ۵ انچ
 (۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۵۸ انچ ہیں ارتفاع ۵، ۵، ۵ انچ
 (۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵، ۳۳، ۳۳، ۵۲، ۵۲، ۶۲ انچ ہیں ارتفاع ۶، ۶، ۶ انچ
 جن اسطوانوں میں استدلال تفصیل فرما معلوم ہوں اونکی جسامت مکعب فٹوں اور اونکی اعشاریہ
 میں دریافت کرو۔

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے
 (۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ
 (۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ ہے
 (۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴ انچ
 جن منشورون کی جسامتیں اور قاعدے معلوم ہیں اونکی ارتفاع دریافت کرو
 (۱۳) جسامت ۸ مکعب فیٹ ۸۰ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ
 (۱۴) جسامت ۲۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ
 (۱۵) جسامت ۳۶ مکعب فیٹ ۳۴۹ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ
 (۱۶) جسامت ۶۵ مکعب فیٹ ۸۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ
 جن اسطوانوں کے حجم اور ارتفاع تفصیل فرما معلوم ہیں اونکے قاعدوں کے نصف قطر دریافت کرو۔
 (۱۷) حجم ۱۰۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ۱/۲ انچ
 (۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ۱/۲ انچ
 (۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ
 جن ظروف اسطوانہ کی استناد و تفصیل ذیل معلوم ہیں اور نین تباؤ کہ کتنے گیلن پانی سما یگا۔

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ
 (۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ
 (۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ
 (۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ۔

(۲۵) ایک مشور کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی قاعدہ دوزنہ ہی اوسکے اضلاع متوازیہ ۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ
 جدا جدا ہیں اور فاصلہ اونکے درمیان ۵ فیٹ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

۲۶) پین کی دیوار ۵۰ اپہل بنی ۲ فیٹ اونچی ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہی اور ۵ فیٹ چوڑی
 نیچے سے ہی تو تباؤ اوس میں کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہی

(۲۷) ایک خندق ... افیت بنی ۸ فیٹ گہری ۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے
 گہری ہے تو تباؤ اوسکے کو دینے سے کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۸ فیٹ بنی ۶ فیٹ گہری اور افیت چوڑی اوپر سے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے
 ہی اور پانی اوس میں بہا ہوا ہی تو اوس میں کتنے گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اور اوسکے
 کو دینے سے ۲۵۰۰۰ مکعب مٹی نکلی ہی تو تباؤ اوس کا طول کتنا ہی

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اگر اوس میں
 ۱۰۰۰۰ گیلن پانی آتا ہے تو اوس کا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک کنواں ۴ فیٹ قطر کا ۳ فیٹ گہرا بنا چاہتے ہیں تو تباؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کو دین

- (۳۲) ایک کنواں ۴ فیٹ قطر کا ۱۱۹ فیٹ گہرائی پر ہے۔ توتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کو دین
- (۳۳) ایک محراب درپل مین کے اندر ۱۰ گز لمبا بنا منظر ہو اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہو اور اس کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے توتاؤ کتنے مکعب گز مٹی کو دی جائے
- (۳۴) ایک سکہ کا ۱۲ انچ قطر ہے اور ۱۶ انچ موٹا ہے توتاؤ ایسے سکے کتنے گلائیں کہ ایک ایسا مکعب بنجائے جس کا کنارہ ۳ انچ لمبا ہو
- (۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اس کا عمق ۳ فیٹ ہے اور ۶ پانی فی مکعب گز کمدانی ہے توتاؤ اس کی کمدانی مین کیا صرف ہوگا۔
- (۳۶) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور اس کا عمق ۴ فیٹ ہے اور ۶ پانی مکعب گز کمدانی ہے تو اس کی کمدانی مین کیا خرچ ہوگا
- (۳۷) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ۹ انچ ہے اور اس کا عمق ۵ فیٹ ہے اور ۳ پانی فی مکعب گز کمدانی ہے توتاؤ اس کی کمدانی مین کیا خرچ ہوگا۔
- (۳۸) اگر ۳ مکعب پنچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو توتاؤ ۶ انچ سوراخ کی نیروق کا کیا طول رکھیں کہ ۱۰ پونڈ بارود او مین سماے۔
- (۳۹) ایک مکعب فیٹ پیل کا تار ۱۲ انچ قطر کا کینچا گیا ہے توتاؤ اس کا طول کیا ہے
- (۴۰) ایک مکعب فیٹ پیل کا تار ۲۵ انچ موٹا کینچا گیا ہے اس کا طول دریافت کرو
- (۴۱) ایک سطوانہ عجوف کا نصف قطر سطح اندر دلی کا ۶ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور ارتفاع اس کا ۱۰ فیٹ ہے جو سست اس کی دریافت کرو۔
- (۴۲) ایک سطوانہ عجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور مٹائی اس کی ۲ انچ ہے اور ارتفاع ۹ فیٹ اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۴۳) ایک سطوانہ عجوف کی سطح اندر دلی کا نصف قطر ۱۳ انچ ہے اور مٹائی اس کی ۳ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو۔

(۳۶) ایک لوہے کے نل کا سوراخ ۲ انچ ہی اور وہ ۱۰ انچ موٹائی اور ۲ فٹ لمبائی اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کر لو کہ ایک کعبہ ۱۰ انچ ہی کا وزن ۵۲۶ اور اس ہی (۳۷) ایک سیسے کے نل کا طول ۳ فٹ ہی اور اس کا سوراخ ۱۰ انچ ہی اور اس کی موٹائی ۱۰ انچ ہی اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک کعبہ ۱۰ انچ ہی کا وزن ۶۱۶ اور اس ہی (۳۸) ایک سیسے کا نل ہی اور اس کا سوراخ ۲ انچ ہی اور نصف ۱۰ انچ موٹائی اور قیمت اس کی ۲۰ پنس فی پونڈ ہی اور ایک کعبہ ۱۰ انچ ہی کا وزن ۱۱۴۱ اور اس ہی تو اس نل کی قیمت دریافت کرو۔

(۳۹) ایک سلاخ لوہے کی بشکل مربع ہے اور اس کی ضخامت ایک انچ ہی اور ۱۰ پونڈ وزن میں ہے اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنائی جائے تو تباؤ اس کا وزن کیا ہوگا (۴۰) ایک مثلثی منشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ انچ طول میں ہی اور اس کا حجم دریافت کرو۔ (۴۱) ایک منشور کا قاعدہ مستطیل ہے اور ہر ایک کنارہ منشور کا ۱۰ انچ ہی کا حجم دریافت کرو (۴۲) ایک سیسے کے نل کا اندرونی قطر ۱۰ انچ ہی اور بیرونی قطر ۱۰ انچ ہی اگر نل گلابا جائے اور نل کے طول کی برابر ۱۰ پونڈوں نل بنایا جائے تو اس کا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۴۳) ایک درخت کا تنہ بشکل اسطوانہ قائم ۳ فٹ قطر کا ہی اور ۲ فٹ لمبائی تو تباؤ اگر اس تنہ کو چیل کر ایک مجسمہ متوازی السطوح قائم الزاویہ جس کا قاعدہ مربع ہو بنایا جائے تو جتنی لکڑی اوس میں باقی رہے اس کا حجم دریافت کرو۔

ذیل کی شالوں میں جہاں کعبہ نکالا جائیگا۔

(۴۴) قاعدہ مثلثی کے اضلاع ۵، ۵، ۵ انچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع ۱۰ انچ ہی تو اس کی برابر حجم کے کعبہ کا (۴۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۳ فٹ ۹ انچ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۳ فٹ ۳ انچ ہی ہے تو اس کی برابر کعبہ کا طول دریافت کرو۔

۵ فرض کرو کہ سورن کا قطر ۱۰ انچ ہی اور ۱۰ انچ موٹائی ہی اگر سورن گلابا

اور اس کا مکعب بنائیں تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ گنا قاعدہ کے نصف قطر سے ہو اور اس کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہی اس کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۵۶) ایک طرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اس کا ارتفاع آدھا اس کے قاعدہ کے نصف قطر سے ہو اور اسطوانہ میں ایک گیلن پانی سا تا ہے اس کا نصف قطر دریافت کرو۔

چوبیسویں فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان میں

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اس طرح کے ہوں گے کہ ان کا حجم کبھی سادے قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے اب اس بات کو ہم دیکھیں اور بتلاویں گے



(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصوں میں ایک سطح سے

جو توازی محور کی ہو قطع کیا جائے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائرہ ہوگا اس لیے ہر ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم سوچنا قاعدہ و ارتفاع کے دریافت ہونا

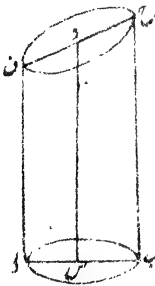
(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستقیم کو ایک سطح جو محور پر لگے ہو اور قاعدہ

اسطوانہ سے نہ ملتی ہو قطع کرے اور فرض کرے کہ ایک مجسم پیدا

ہو اور خط مستقیم اس دو مرکز قاعدہ سے زاویے قائمے بنا لیا ہو

قاعدہ پر لگا لاجائے اور سطح سے ملے اس کا نام ارتفاع مجسم ہو تو

ایسے مجسم کی جسامت دریافت کرنے کا وہی قاعدہ ہے جو چوبیسویں بیان



ہو اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتے ہیں کہ وہ حصہ جو اسطوانہ کا ہی جو وہ ارتفاع درمیان واقع ہے۔

(۲۵۷) قاعدہ گنشتہ یوں مبینہ ہو سکتا ہے کہ اگر ایک سطح نقطہ سے توازی قاعدہ اسطوانہ

نگالیں تو اس سے ایک فائدہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اس طرح سے باقی ماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب

پا سکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستقیم ایسا بنائے گا جس کا ارتفاع اس دو ہو۔

(۲۵۸) فرض کرو کہ ایک شکل میں اسانی سے اس بات کو دیکھ سکتے ہیں کہ اس نصف مجموعہ

ا ح اور ج کا ہی یعنی ارتفاع برابر نصف مجموعہ اوس بڑے سے بڑے خط مستقیم اور چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم کے ہی جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتے ہیں (۶۳) دیکھو
 (۲۵۹) اسطوانہ مستقیم قائم دو سطحوں سے قطع کیا جائے اور یہ سطحیں محور پر بالکل ہوں اور آپس میں ملتے ہوں تو مجسم پیدا ہوگا اوسکی جسامت اس طرح دریافت ہوتی ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم میں ضرب دو دو یہاں ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستقیم کے اوس حصہ ہے جو کہ مجسم کے دونوں سرے یا ان کے درمیان ہے یہ قاعدہ اس طرح استخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اس طرح پیدا ہوگا وہ اوس دو سطحوں کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جس کا ذکر دفعہ (۲۵۶) میں ہوا ہے۔

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ (۲۵۶) کی شکل جن جسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہاں تک سوراخا کہ رفت اور آ بلجائیں تو ایک مجسمہ متساویہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اس طرح بیان کر سکتے ہیں کہ وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اس طرح سونے سے پیدا ہوتا ہے کہ اوس کے دونوں سرے بلجائیں یہ بالکل ایک نین ہو کر اس سے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے۔

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی جسامت دریافت کرو
 قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ میں ضرب دو تراش کی گاہہ فصل کے لفظ کو لکھ سکتے ہیں بعض اوقات تراش مدور سے ترچہ تراش مراد ہوتی ہے۔

حلقہ کے طول سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہے جس میں مرکز تمام ترچہ تراشوں کے واقع ہوں اور وہ حلقہ کے مدور دائرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ (۲۵۰) دیکھو۔

(۲۶۲) مثالیں

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے
 حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ ۱۲۱/۴ مربع انچ ہے اسی واسطے جسامت حلقہ کی کو عباب پنچون میں
 ۱۰ × ۱۲۱/۴ = ۳۱۱ یعنی ۳۱۱ ہے

(۲) حلقہ کے دائرہ اندرونی کا قطر ۱۰ انچ اور بیرونی کا ۱۰ انچ ہے۔

ان قطرون کا فرق تراش درور کے قطر سے دو چند ہے اس واسطے تراش مع ور کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ انچ ہو اور قطر کی حدیر $1\frac{1}{2} \times 8 = 12$ انچ ہو اور حداندر $1\frac{1}{2} \times 8 = 12$ انچ ہو اور ان عددوں کا نصف مجموعہ $2\frac{1}{2} \times 8 = 20$ انچ ہے اسی واسطے یہی حلقہ کا طول ہے۔

پس حجم حلقہ کا کعبہ انچوں میں $= 19 \times 20 \times 2\frac{1}{2} = 95$ تقریباً

چوبیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حاصل نفیرین حدیر $1\frac{1}{2}$ انچ اور ترچہ تراش کے محیط کے

(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے مجموعہ حداندر $1\frac{1}{2}$ انچ اور ترچہ تراش کے محیط کے۔

جن حلقوں کی استاد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے حجم کعبہ انچ میں دریافت کرو

(۳) طول $2\frac{1}{2}$ انچ ترچہ تراش کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ انچ ہو

(۴) طول $2\frac{1}{2}$ انچ ہے ترچہ تراش کا قطر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے۔

(۵) قطیر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے اور قطر اندر $2\frac{1}{2}$ انچ

(۶) قطر اندر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے اور قطر ترچہ تراش کا $2\frac{1}{2}$ انچ ہے

(۷) قطیر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے اور ترچہ تراش کا قطر $2\frac{1}{2}$ انچ ہے

(۸) حدیر $1\frac{1}{2}$ انچ ہے اور ترچہ تراش کا محیط $4\frac{1}{2}$ انچ ہے۔

(۹) حلقہ کا حجم 80 کعبہ انچ ہو اور ترچہ تراش کا نصف قطر $2\frac{1}{2}$ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو۔

(۱۰) ایک حلقہ کا حجم 80 کعبہ انچ ہے اور طول $2\frac{1}{2}$ انچ ہو اس کا نصف قطر اندر $1\frac{1}{2}$ انچ دریافت کرو۔

پچیسویں فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان میں

(۲۴۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

قاعدہ ۵ قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع میں ضرب دو۔

حاصل ضرب کی تالی حجم ہوگا۔

(۲۴۴) مثالیں



(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع اور ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے۔

$$۳ \text{ فیٹ } ۶ \text{ انچ} = ۳ \frac{۱}{۲} \text{ فیٹ}$$

$$۳ \text{ فیٹ } ۹ \text{ انچ} = ۳ \frac{۳}{۴} \text{ فیٹ}$$

$$\frac{۲۹}{۴} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۹}{۴} \times ۱۵ = \frac{۲۲۵}{۱۶} = \frac{۵}{۴} \times \frac{۲۹}{۴} = \frac{۱۵}{۴} \times \frac{۲۹}{۴} \times \frac{۱}{۲}$$

پس حجم $\frac{۱}{۳} \times \frac{۲۲۵}{۱۶} \times \frac{۱}{۲}$ مکعب فیٹ ہے۔

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے۔

$$۳۱۴۱۶ = ۳۱۴۱۶ \times ۱۰ \times ۱۰$$

$$۱۰۰۲۰۹۶ = ۳۱۴۱۶ \times ۶۶ = ۳۱۴۱۶ \times ۱۸ \times \frac{۲}{۳}$$

پس حجم ۱۰۰۲۰۹۶ مکعب فیٹ ہے۔

(۲۶۵) اگر مکو مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو۔

اوس کے سہ چند کو اوس عدد پر جو قاعدہ کا رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جائے گا اور

علیٰ بندا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اوس قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا۔

(۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا حجم ایک گز ہے اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

$$۱ \text{ ایک مکعب گز} = ۲۷۳ \frac{۱}{۲} \text{ فیٹ} = \frac{۲۷۳}{۲} = \frac{۹}{۲} = \frac{۹}{۲} \times ۱۸$$

پس ارتفاع $\frac{۹}{۲}$ فیٹ ہے۔

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فٹ ہے اور اوس کا ارتفاع ۲۷۳ انچ قاعدہ کا رقبہ

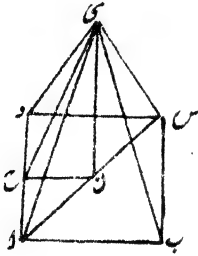
دریافت کرو۔

$$۹۶ = \frac{۸۷۴ \times ۳}{۲} \text{ مکعب انچ} = ۸۷۴ \text{ مکعب فیٹ}$$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب بطور شق کے ہم چند مثالیں حل کرتے ہیں۔

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ بنا ہی اور جو اس پر چاروں کنارے ملتے ہیں اونہیں سے ہر ایک کنارہ کا طول ۸ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔



اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہیں
فرض کرو کہ اب س قاعدہ ہو اور مخروط کا اس
سی ہو اور مخروط کا ارتفاع سی ت ہے

یعنی نقطہ سی سے عمود قاعدہ پر ہے تو نقطہ وسط ت ہوگا

اب بموجب دفعہ (۵۰) کے اس میں فنون کی تعداد ۱۰۸۰ ہے اس میں فنون کی تعداد ۵۰۸۰ ہے
مثلاً قائم الزاویہ ای ت میں درجہ ای ۸۰ فیٹ ہو اور فنون کی تعداد ان میں ۲۸۵ ہے۔
اسی واسطے بموجب دفعہ (۶۰) کے فنون کی تعداد سی ت میں ۳۲۲۰۰ کا جزر یعنی ۱۸۰ کا جزر

ہے یعنی ۱۶۱۵۵۲۹۴۵۴ ہے

پس مخروط کا حجم مکعب فنون میں

$$= \frac{1}{3} \times 1615529454 \times 180 = 951544288$$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہو اور اس مخروط کا طول اجماع قاعدہ کا کسی ضلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں ملایا جاے ۱۲ فیٹ ہو حجم دریافت کرو۔

اول مخروط کا ارتفاع تحقیق کرنا چاہئے دفعہ گذشتہ کی شکل میں فرض کرو کہ ضلع او کا نقطہ وسط
ج ہو تو ی ح ۱۲ فیٹ ہوگا اور ح ت برابر ہے ۵ فیٹ کے

اسی واسطے بموجب دفعہ (۶۰) کے سی ت میں فنون کی تعداد ۱۶۹۰۰۰ کا جزر ہے

یعنی ۴۱۲ کا جزر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فنون میں

$$= \frac{1}{3} \times 169000 \times 12 = 676000$$

سی ح کو بھی مخروط کا ارتفاع مائل ہی کہتے ہیں۔

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہی اور وہ کناروں کے نقطہ مشترک سے ۳ و ۴ و ۵ اینچ کے فاصلوں پر کناروں سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو۔

جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہو اور اس کا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ جس کے زاویہ قائمہ کے اطلاع ۳ و ۴ اینچ ہیں تو مخروط کا ارتفاع ۵ اینچ ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انجون میں $= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times 5 = 10$

پچیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مضلع میں استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے حجم متون اور انچون میں دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۵ مربع فیٹ ۲ مربع اینچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ اینچ

(۲) قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۹ مربع اینچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۷ اینچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۲۰ مربع اینچ ہی ارتفاع ۴ فیٹ ۸ اینچ

(۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۲۱ مربع اینچ ہی ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ اینچ

جن مخروطات مضلع میں استداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کا حجم مکعب متون اور اس کی اشاریہ میں دریافت کرو۔

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۶ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۹ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۵ و ۹ و ۱۰ فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۲

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۲

جن مخروطات مستبرکہ استداد تفصیل ذیل ہیں ان کا حجم مکعب متون اور مکعب کی اعشاریہ میں دریافت کرو۔

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ اینچ ارتفاع ۵ فیٹ۔

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ و ۵ فیٹ

- (۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ا فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ
جن مخروطات کے حجم اور قاعدے سے معلوم ہوں ان کے ارتفاع دریافت کرو۔
- (۱۳) حجم ۱۰ مکعب فیٹ ۳۰ مکعب انچ ہے قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۴۳ مربع انچ
(۱۴) حجم ۳۰ مکعب فیٹ ۳۰۹ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۳ مربع انچ
(۱۵) حجم ۱۰ مکعب فیٹ ۹۳ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ
(۱۶) حجم ۱۱۲ مکعب فیٹ ۱۱۵۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ
جن مخروطات سے دیگر کے حجم اور ارتفاع تفصیل فرما معلوم ہوں ان کے قاعدہ کی نصف قطر دریافت کرو۔
- (۱۷) حجم ۴۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ
(۱۸) حجم ۴۰ مکعب انچ ارتفاع ۳۰ فیٹ
(۱۹) حجم ۶۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴۰ فیٹ
(۲۰) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۶۲ فیٹ
- (۲۱) اطراف مخروط مضلع کے مربع قاعدہ پر مثلث مساوی الاضلاع ہیں اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جس کا ہر ایک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہے اور اس پر جو کنارے ملتے ہیں اوئین سے ہر ایک ۵۰ فیٹ ہے
- (۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جس کا رقبہ ۲۵۰۰ مربع فیٹ ہے اور اس پر جو کنارے ملتے ہیں اوئین سے ہر ایک ۳۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جس کا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہے اور ہر ایک کنارہ جو اس پر ملتا ہے ۳۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جس کا ہر ایک ضلع ۲۰ فیٹ ہے اور اس کے ضلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں جو خط مستقیم وصل کیا گیا ۲۱۸ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو۔

(۲۶) مخروطی صنم کے قاعدے میں ہر ایک صنم ۱۲ فیٹ ہو اور قاعدے کے کسی صنم کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں خط ملا یا گیا طول میں ۲۵ فیٹ ہو مخروط کا حجم دریافت کرو۔
 (۲۷) مخروط کا قاعدہ متبیل ہے جبکہ طول عرض ۲۱ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہو اور قاعدہ کے بڑے صنم میں کسی ایک صنم کے نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا گیا ۲۳/۴ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔

(۲۸) مخروطی صنم کے قاعدہ متبیل ہے جبکہ طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہو اور قاعدہ کے صنم کے اصل کے حوزہ میں سے کسی ایک صنم کے نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا جائے تو اس کا طول ۲۲ فیٹ ہو مخروط کا حجم دریافت کرو۔
 (۲۹) مخروط مستدیر قائم کار ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہو اور قاعدہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہو مخروط کا حجم دریافت کرو۔

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاضل اس قاعدہ پر عمود ہو کر تراشتی ہو اور اس تراش سے مشابہت مساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہو جبکہ ہر ایک صنم ۱۲ فیٹ ہو تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔
 (۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۱۴ فیٹ ہو اور ارتفاع ۴۰ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔
 (۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہو اور ارتفاع ۲۲ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔
 (۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک طرف ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہو تو بنیاد میں کرگیلن بانی آئیگا۔

(۳۴) ایک گلاس خنجر طی اوپر ۲ انچ چوڑا ہو اور ۳ انچ لمبا ہو تو بنیاد کے لیے بنیاد میں آئیگی۔
 (۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵۵ فیٹ ہو اور قاعدہ کا محیط ۱۲ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔
 (۳۶) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵۵ فیٹ ہو اور اس کے قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہو اس کو زمین پر رکھا اور اوپر ریت ڈالنے شروع کی یہاں تک کہ ایک مخروطی ڈھیر ۱۵ فیٹ اونچا ہو ۲۰ فیٹ محیط کا بن گیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب ریت ڈالی گئی۔

(۳۵) مخروط مستدیر کا حجم $\frac{1}{3}$ مکعب فیٹ ہو اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہو ارتفاع دریافت کرو
(۳۶) ایک سدسی کمرہ جس کا ہضلع طول میں ۲۰ فیٹ ہو اور اوسکی دیوار میں ۲۰ فیٹ اونچی ہیں
اور ہر اون دیواروں پر ایک گنبد سدسی مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچی بنا ہوا ہو تو بناؤ
اوس کمرہ میں کتنے مکعب فیٹ ہیں۔

(۳۷) ایک مکعب اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہو اور اوسکے تین متصل کے ضلعوں کو ایک سطح تنصیف کرتی
ہو تو انقطاع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہو اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۳۸) ایک مکعب کا کنارہ ۱۲ اونچے ہو اور ایک مکعب کا کنارہ ۸ سطح کتر گیا ہو کہ جو مکعب حصہ قطع ہوا
اویسی ایک مخروط مضلع مناشی بنا جا کہ ہر ایک کنارہ مکعب زاویہ پر ختم ہوتا ہو اور طول میں ۱۰ اونچ
ہو تو جو محسوم باقی رہا اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۳۹) مصر کا سنارہ عظیم ۸۴ فیٹ بلند تھا اور اوسکا قاعدہ مربع تھا اور مربع کا ہر ایک ضلع ۴۴۰ فیٹ
تھا تو اوسکے حجم کو مکعب گزوں تک دریافت کرو

(۴۰) ایک سجد کا مینا تپہ کا بنا ہوا ہو اور قاعدہ اوسکا سدس منتظم ہو جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے
اور اسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہو اور اس مینار کے اندر قطبی خالی جگہ ہو کہ ہی مخروط کی شکل ہے
اور سدس منتظم بر قائم ہو اور ۴ فیٹ اونچی ہو اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۵ فیٹ ہو تو سارے
دریافت کرو کہ کتنے مکعب تپہ لگا ہوا ہو۔

چوبیسویں فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان میں

(۲۴۸) مخروط مضلع اور مخروط ناقص کی جسامت دریافت کرو
قاعدہ مخروط ناقص کے دونوں سر کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اونکے حاصل ضرب کا
جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص میں ضرب کرو اور حاصل ضرب کی تہائی
لو تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی۔

(۲۴۹) مثالیں -

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سر کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے۔

$$۱۵۸ = ۲۲ + ۹۸ + ۱۵ \text{ ہے اور } ۲۲$$

$$۱۵۸ \times ۱۵ \times \frac{۱}{۳} = ۷۹۰ \text{ پس حجم } ۷۹۰ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۲) مخروط مستدین ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اس کا ۵ فیٹ ہے

$$\text{ایک سر کا رقبہ مربع فیٹ میں} = ۳۵۱۴۱۴ \times ۲۵ =$$

$$\text{دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ میں} = ۳۵۱۴۱۴ \times ۹ =$$

اور ان عددوں کے حاصل ضرب کا جذر ۳۵۱۴۱۴ ضرب دیا گیا ۲۵ کے جذر میں ہی لینے

$$۱۵ \times ۳۵۱۴۱۴ \text{ ہے}$$

ان حاصلات کو جمع کر دو تو ہم کو ۳۵۱۴۱۴ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۱۵ میں یعنی

$$۳۵۱۴۱۴ \times ۲۹ \text{ حاصل ہو گا تو}$$

$$\frac{۱}{۳} \times ۳۵۱۴۱۴ \times ۲۹ \times ۸۸ = ۲۷۰۵۰۲۲ \text{ حاصل ہو گا۔}$$

$$\text{پس حجم } ۲۷۰۵۰۲۲ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۲۵۰) دفعہ گذشتہ میں دیکھا چاہئے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہے کہ اس میں ضرب گیری کی شقت نہیں لگتی تھی پڑی طالب علم کو لازم ہے کہ جہاں مخروط مستدین کے رقبے نصف قطر معلوم ہو اگر وہاں اسی طریقہ سے عمل کو برتنا کرے اسی صورت میں فی حقیقت دفعہ (۲۴۸) کے قاعدہ کی جگہ اس قاعدہ کو کام میں لاؤ کہ سرورن کے نصف قطر وں کے مربع کو اوکی حاصل ضرب پر جمع کر دو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۳۵۱۴۱۴ میں ضرب دے پس حاصل کی تہائی حجم مطلوب ہے گایہ قاعدہ اور مطلقاً عدد دونوں میں ایک ہی ہیں فقط اس دوسرے قاعدہ کے موافق عمل کرنے میں آسانی ہے

(۲۷۱) اب ہم بعض مثالیں شق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کے سر کے نصف قطر ۵ انچ اور اونچ ۳ انچ ہیں اور اس کا ارتفاع ۸ انچ ہے جس سے دریافت کرو



اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کیا جائے

فرض کرو کہ شکل ایک لاش مخروط ناقص کی ہے

جو ایک سطح کے قطع کر نیے کہ جس میں محور مخروط داخل ہے یہی مولیٰ ہے اب ہم دیکھتے ہیں کہ ارتفاع ۸ انچ اس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جبکہ ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرورن کے نصف قطر کا فرق ہے۔

اس صورت میں ارتفاع ۸ انچ ہے اور سرورن کے نصف قطر کا فرق ۳ انچ ہے

اس واسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔

$$۶۰ = ۴ \times ۴ = ۱۰۰ \text{ اور } ۱۰۰ = ۱۰ \times ۱۰$$

$$۹۱ = ۶۰ + ۱۰۰ + ۴۹ \text{ اور } ۹۱ = ۳۱۴ \times ۲۱۹ \times ۳۳ \times ۳ = ۳۱۴ \times ۲۱۹ \times ۳۳ \times ۳$$

پس حجم ۹۱ = ۳۱۴ × ۲۱۹ × ۳۳ × ۳

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور اضلاع اون کے ۳

اور ۴ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۹ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۲۰۶ کے رقبہ کا ایک سر کا مربع فیٹ میں = ۴۳۳ × ۴

اور دوسرے سر کے رقبہ کا مربع فیٹ میں = ۴۳۳ × ۱۶

ان عددوں کے حاصل ضرب کا جذر = ۴۳۳ × ۱۶

ان تینوں حاصلوں کو جمع کرو تو ۴۳۳ × ۳۰ حاصل ہونگے

$$۴۸۶۰۶۳ = ۴۳۳ \times ۳۰ \times ۳۰ \times ۳۰$$

پس حجم ۴۸۶۰۶۳ = ۴۳۳ × ۳۰ × ۳۰ × ۳۰

چھ بیسویں فصل کی مثالیں

جن ناقص مخروطات مضلع کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہیں اوں کا حجم دریافت کرو

(۱) سروں کے رقبے ۵۰ مربع فیٹ اور ۱۲۵ مربع فیٹ ارتفاع ۵۰ فیٹ

(۲) سروں کے رقبے ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲۰ فیٹ ۶ انچ

(۳) سروں کے رقبے ۴۰۰ مربع انچ اور ۴۵۰ مربع فیٹ اور ارتفاع ۴ فیٹ

(۴) سروں کے رقبے ۵۰۰ مربع فیٹ اور ۸۰۲ مربع فیٹ ارتفاع ۱۲۵۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیس کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہیں اوں کے حجم دریافت کرو

(۵) سروں کے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵۰ فیٹ

(۶) سروں کے قطر ۵۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ ارتفاع ۵۰ فیٹ

(۷) سروں کے نصف قطر ۸۰ فیٹ اور ۱۰۰ فیٹ اور ارتفاع ۲۰۰ فیٹ

(۸) سروں کے نصف قطر ۳۰۰ فیٹ اور ۴۰۰ فیٹ ارتفاع ۱۰۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سروں کے نصف قطر ۵ فیٹ اور

۱۰ فیٹ ہیں اوں کا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) اکینا ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہے جس کے بڑے سر کا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹے سر کا قطر

۱۰ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہے اور قیمت اوسکی ۱۲ روپیہ فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ

اوسکی قیمت کیا ہوگی۔

(۱۱) اکینا ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۴۰ فیٹ ہے اور اوس کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہیں

اوس کے اضلاع کے طول جدا جدا ۴۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ ہیں اوں کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲) اکینا ناقص مخروط مضلع کے سر مربع ہیں اور طول ضلعوں کے جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ

ہیں اور ان مربعوں کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط میں جو خط تقیم ملائیں تو اوس کا

طول ۱۳ فیٹ ہے جس کا دریافت کرو۔

(۱۳) ملک صمدین سکندریہ کو قریب پوہی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ ابری کا بنا ہوا ہے اور ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سر کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۷ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

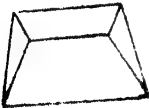
(۱۴) ایک جہاز کا مستون ۹ فیٹ اونچا ہے اور ایک سر کا محیط ۶۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین مقدار لکڑی کی مکعب فٹوں میں دریافت کرو۔

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سر کے نصف قطر ۹ فیٹ اور ۹ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۴ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسکے یہ مخروط قطع ہوا ہے۔

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سر کے نصف قطر ۹ فیٹ اور ۹ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۳ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط میں ایک سطح قاعدہ کی متوازی گذرتی ہے اور اوسکو دو حصوں میں منقسم کرتی ہے تو ان دو حصوں کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سر کے نصف قطر ۹ فیٹ اور ۹ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور مخروط ناقص میں حصوں میں قاعدہ کی متوازی سطحوں سے سطح منقسم ہوا ہے کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہے تو ہر ایک حصہ میں مکعب انچوں کی مقدار دریافت کرو۔

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلعہ کے قاعدے منتظم سدس ہیں اور اضلاع کے طول جدا جدا ۱۰ فیٹ ہیں اور مخروط کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے اور ایک سطح عین وسط میں متوازی قاعدہ کے گذر کر دو حصوں میں اوسکو منقسم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو۔



مثالیوں فیصل فانی

(۲۷۲) فانیہ کا حجم دریافت کرو۔

قاعدہ ۵۔ کساد کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کر دو اور حاصل حجم کو قاعدہ کے عرض میں ضرب دو اور صلیب ضرب کو فانیہ کی ارتفاع میں ضرب دو تو حاصل ضرب چھٹا حصہ فانیہ کا حجم ہوگا۔ (۲۷۳) مثالیں۔

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہو اور فانہ کا ارتفاع ۲۸ انچ

$$۱۲۳۲ = ۲۸ \times ۷ \times ۶ \times \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad ۲۸ = ۱۲ + ۱۲ + ۴$$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہو

(۲) فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہو

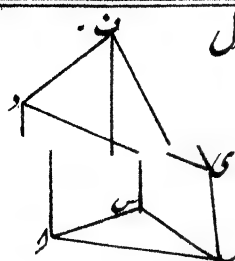
$$\frac{1}{4} ۱۵ = \frac{۴}{۳} = ۴ \times ۲ \times \frac{۳}{۲} \times \frac{1}{4} \quad \text{اور} \quad \frac{۳}{۲} = \frac{1}{4} ۱۱ = ۳ + ۳ + ۱$$

پس فانہ کا حجم ۱۱ مکعب انچ ہو

(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول میں برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ قاعدہ سے ہوگا ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کی جسامت دریافت کرنا کیا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ (۲۷۵) میں جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہیں ہیں کیونکہ اس قاعدہ اور اس قاعدہ میں مقدار مختلف ہیں اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونو قاعدے ایک ہی ہیں۔

(۲۷۵) اگر فانہ کا کنارہ یکساں طول اسکے قاعدہ کے طول سے چھوٹا ہو تو فانہ ایسے دو حصوں میں ایک حصہ منشور غیر قائم الاویہ اور دوسرا مخروط منسلح ہو جس کا قاعدہ مستطیل ہو اس طرح تقسیم ہو سکتا ہو کہ ایک سطح کنارہ کا ایک سرے سے متوازی طرف مثلثی کے جو دوسرے سرے پر گذرتی ہو چھین اس طرح سے اگر کنارہ زیادہ لہذا قاعدہ کے طول سے ہو تو فانہ برابر ہوگا اس از و یاد کے جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط منسلح ہو جس کا قاعدہ مستطیل ہے رکتا ہو اسی سبب سے دفعہ (۲۷۶) کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہو۔

(۲۷۶) اب ہم فانہ کے معنی کو وضاحت دیتی ہیں اور اس قسم کو بھی فانہ کہتے ہیں جس کا قاعدہ بجا مستطیل کے متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ ہو ایسے مجسمات کی جسامت دریافت کرنے کے لئے قاعدہ مذکور صحیح رہیگا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کے معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عرض قاعدہ کے معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھیں



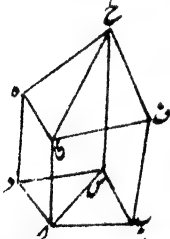
(۲۷۷) فرض کر کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور کی ایک میلان کرتی ہی قطع کر کے ایک مجسمہ پیدا کیا ہے اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی ہی نہیں تو ایسے مجسمہ کا ہی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہو سکتا ہے۔

قاعدہ منشور قاعدہ رقبہ کو حجم کے متوازی کناروں مجموعہ کی تہائی میں ضرب میں

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۷ میں جو فانہ کو مضمون بیان جائیں اس کے موافق دفعہ گذشتہ میں ہی مجسمہ کیا نہ ہے اس کی جستاریافت کر نیکا قاعدہ اسی ترکیب ثابت ہو سکتا ہے جو دفعہ ۲۷۵ میں مذکور ہوا ہے

اسو اگر ہی کسی جو تینوں کناروں سے جوٹے کنار کا اوپر کا سرور ایک سطح متوازی قاعدہ رقبہ کی کمالین مجسمہ منشور قائم اور مخروط میں تقسیم ہو گا اور ان مجسمات کی جسامت معلوم کر کے موافق دریافت کر کے حجم کو تو حاصل جمع دفعہ ۷۷ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہو گا۔

(۲۷۹) فرض کر کہ ایک منشور قائم میں جس کا قاعدہ متوازی الاضلاع ہر ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ



سیلان رکے اور قاعدہ منشور سے کسی سطح قطع کر کے ایک مجسمہ پیدا

کرے تو ایسے مجسمہ کا حجم اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے قاعدہ منشور کے قاعدہ رقبہ کو حجم کے چاروں متوازی کناروں مجموعہ کی ایک چوتھائی میں ضرب تو حاصل جسامت مطلوب ہو گی۔

(۲۸۰) ثابت کا دیکھ لینا آسان کہ $س + ح = ب + د$ اسو کہ ہر یک ٹوئیں سے

برابر ہو و چونکہ دو فیصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع اس اور ب دا و نقطہ تقاطع ہی ح اور ف کے واقع ہیں اس لئے قاعدہ مذکور کو اس صورت میں بیان کر سکتے ہیں کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چاروں متوازی کناروں میں دو مقابل کے کناروں کے نصف مجموعہ میں ضرب دو۔

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کا قاعدہ استخراج ہوتا ہے اسو اس کے اگر مجسمہ دو حصوں میں سطح منقسم ہو کہ ایک سطح اسی اور س ج میں گزرے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کر سکتے ہیں اور مجموعہ ان مجموعہ کا بالکل دفعہ ۱۸ کو قاعدہ کو فوق تکلیک گا۔
 (۲۸۲) اب ہم چند مثالیں بطور شق کے حل کرینگے
 (۱) ایک فانہ کا کنارہ ۸ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہو اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہو اسے جو
 فانہ کی تراش پیدا ہوتی ہو اس کا رقبہ ۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو
 کنارہ پر جو سطح عمود ہو اسے جو تراش پیدا ہوتی ہو وہ مثلث ہو اس واسطے اس مثلث کے
 قاعدہ اور ارتفاع کا حاصل ضرب ۵۰ یعنی ۳۰ ہر دور یہ وہی حاصل ضرب ہو جو عرض فانہ
 کو ارتفاع فانہ میں ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے۔

$$۳۹۰۰ = ۳۰۰ \times ۵۸ \times \frac{1}{4} \text{ اور } ۵۸ = ۲۰ + ۲۰ + ۱۸$$

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے
 یہی نتیجہ دفعہ ۲۷ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسان سے نکل آتا ہے

$$۲۹۰۰ = ۱۵۰۸۵۵ \times \frac{1}{4} \text{ اور } ۵۸ = ۲۰ + ۳۰ + ۱۸$$

فانہ کا کنارہ ۱۴ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۲ انچ اور عرض ۶ انچ ہو اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہو
 اور ایک کنارہ کے مثلثی سرے سے دوسرے مثلثی سرے کے متوازی ایک سطح گذرتی ہے اور
 فانہ کو منشور اور مخروط میں منقسم کرتی ہو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۲-۱۴ انچ یعنی ۸ انچ ہو اس سے معلوم ہوا کہ جو جب دفعہ ۲۹۲
 کے مکعب انچوں میں مخروط کا حجم = $\frac{1}{4} \times ۱۰ \times ۶ \times ۸ \times ۱۸ = ۱۹۰$

منشور کے تین متوازی کنارے ہر ایک انہیں ۶ انچ لंबا ہو اور جو جب دفعہ ۲۰۴ کے مکعب انچوں میں

$$\text{حجم} = \frac{1}{4} \times ۱۰ \times ۶ \times ۱۴ \times ۱۸ = ۳۸۰$$

شائیسون فصل مثالیں

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فٹ ۳ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۳ فٹ ۳ انچ اور عرض ۸ انچ ہے اور
 ارتفاع ۵ انچ اس کا حجم دریافت کرو

(۲) فائدہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہو قاعدہ کا طول ۶ فیٹ ہو اور عرض ۲ فیٹ فائدہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ہو اس کا حجم دریافت کرو۔

(۳) فائدہ کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ضلع ۵ انچ ہے کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فائدہ ۲۴ انچ ہے اس کا حجم دریافت کرو۔

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع اور اس کا ہر ایک ضلع ۴ انچ ہو اس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور سے ایسا قطع کیا جائے کہ اس کے تینوں متوازی کناروں کا مجموعہ ۵ انچ ہو اور منشور کا قاعدہ مستطیل ہے اور اس کا طول عرض ۸ انچ ہو اس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور سے ایسا قطع کیا جائے کہ چاروں متوازی کناروں کا مجموعہ ۴۲ انچ ہو

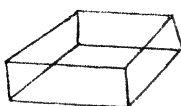
(۵) فائدہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہو اور قاعدہ کا طول ۱۲ انچ اور کنارہ ہر ایک سطح عمود ہو اور سطح متقابل پیدا ہوئی ہو اور اس کا رقبہ ۶۰ مربع انچ ہو فائدہ کا حجم دریافت کرو

(۶) فائدہ کا کنارہ ۲۵ انچ ہو قاعدہ کا طول ۱۲ انچ ہے اور ایک سطح کنارہ پر عمود ہو اس جو سطح متقابل مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہو اور اس کا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہو فائدہ کا حجم دریافت کرو۔

(۷) فائدہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہو قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہو اور عرض ۱۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کے ایک سرے سے دوسرے مثلثی سرے کے متوازی گزری ہو اور فائدہ کو مخروط اور شہرہ میں تقسیم کرتی ہو تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو۔

(۸) فائدہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہو قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۸ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۳ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سے ۸ انچ کے فاصلہ پر گذرتی ہو اور اس کنارہ کے اس سرے پر جو طرف مثلثی ہے اس کی متوازی ہے اور فائدہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۹) فائدہ کا کنارہ ۳۶ انچ ہو قاعدہ کا طول ۲ انچ ہو اور عرض ۵ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور فائدہ ایک سطح سے ایسے دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہو کہ مجموعہ تینوں متوازی کناروں کا ۴۲ انچ ہے



ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 اٹھائیسویں فصل مجموعہ ذوزنقہ
 (۲۸۳) مجموعہ ذوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ دو دوسرے رقبوں کو جمع کرو۔

امداد سطح متقابل کا جو عین وسطین سرو کی متوازی ہو جو چند رقبہ متقابل جمع پر زیادہ کرو۔

اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب کا چہٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین۔

(۱) ایک سرکایہ رقبہ ۲۴ مربع فیٹ اور دوسرے سرکایہ رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ہے اور سطح متقابل متوسط کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲۴ فیٹ ہے۔

$$۳۷ = ۹ + ۲۴ + ۲۴ \text{ اور } ۳۷ = ۲ \times ۳۷ \times \frac{۱}{۲} \text{ اور } \frac{۱}{۲} = \frac{۳۷}{۳۷}$$

پس حجم ۱۲ مکعب فیٹ ہے

(۲) ایک سرکایہ رقبہ ۲۴ مربع انچ ہے اور دوسرے سرکایہ رقبہ ۱۶ مربع انچ اور سطح متقابل متوسط کا رقبہ

۲۴ مربع انچ اور ارتفاع ۱۸ انچ

$$۳۹۷ = ۱۸ \times ۱۳۲ \times \frac{۱}{۲} \text{ اور } ۱۳۲ = ۲۱۷ + ۸۸۷ + ۲۲۷$$

پس حجم ۳۹۷ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ (۲۸۳) کے قاعدہ کا اثبات اس بات پر مخوف ہے کہ مجموعہ ذوزنقہ منشور و اس

فانون میں تقسیم ہوتا ہے اور ان میں بعض کے قاعدے مجموعہ ذوزنقہ کے ایک سرے پر ہوتے ہیں

اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتے ہیں اور سب کی ارتفاع وہی ہوتی ہیں جو مجموعہ

ذوزنقہ کا ارتفاع ہوتا ہے۔

(۲۸۶) سطح متقابل متوسط کا ہر ایک ضلع سرو کے ضلع اور نظیرہ نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہے

پس اگر سر مستطیل ہوں اور او کی امداد معلوم ہوں تو رقبہ سطح متقابل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہو سکتا ہو پس تفاصل متوسط کا جو چند برابر اس تقطیل کے رقبہ کے ہے حکما ہر ایک
استداد مجموعہ سرور کے استداد نظیرہ کا ہے۔

اور سطح تفاصل متوسط اور سرور کے رقبے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

(۲۸۷) اگر محکم دوزنقہ کے سر مشابہ کلین ہوں اور ہم وضع ہوں تو محکم دوزنقہ مخروط مضلع ناقص
ہو گا اس واسطے حجم اس کا دفعہ ۲۸۸ کی قاعدہ کو موافق دریافت ہو سکتا ہے ان دونوں قاعدوں کو مقابلہ کر کے
دیکھیں تو معلوم ہو گا کہ اس حالت میں جو چند رقبہ سطح تفاصل متوسط کا برابر ہے اس مجموعہ
کے جو سرور کے دو چند رقبوں اور ان کے مخالف رقبہ دو چند جذبہ کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(۲۸۸) اب ہم محکم دوزنقہ کے معنی یہاں تک بڑھاتے ہیں کہ ان مجسمات کو بھی کہ جن کے سر اشکال
ستقیمۃ الاضلاع ہوں ان کے محکم دوزنقہ کہتے ہیں اور ان کی تعریف یہ کرتے ہیں کہ محکم دوزنقہ وہ مجسمہ
جن کے سر متوازی ہوں اور اطراف ان کی مستقیم ہوں اور اطراف مستقیم سے مراد
ہماری یہ ہے کہ ہر ایک حد کو کسی نقطہ پر خط مستقیم رکھیں تو وہ ایک سر سے دوسرے سر سے
سطح پر منطبق ہو گا۔ اس تعریف میں مخروط مستدیر ناقص ہی آجائیگا اور مخروط مستدیر قہر کا
ہر ایک حصہ بھی شامل ہو جائیگا جو اس سطح سے کہ دو سرور سے ملتی ہو قطع ہوتا ہے۔

جب دوزنقہ کو ایسی وسیع معنی لیں جائیں تو اس حالت میں ہی قاعدہ دفعہ ۲۸۸ کا اوسر حاوی ہو گا
(۲۸۹) مجسمات دوزنقہ کی جسامت دریافت کرنے کا قاعدہ جو ہر اوسر بہت اور مجسمات کا ہی
محکم دریافت ہو سکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ میں مشکل ہے جو
طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میر ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۹۲ کو دیکھو۔

(۲۹۰) بعض مثالیں مشق کے واسطے مل کرتے ہیں۔

۱۔ ایک محکم دوزنقہ کو سر سے دوزنقہ ہیں اور چار کنارے متوازی ہیں اور ایک سر کے متوازی
۱۰۰ فیٹ اور ۲۰ فیٹ ہیں اور ان کا فاصلہ درمیان ۲۸ فیٹ ہے اور دوسرے سر کے
میں استداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۲۰ فیٹ اور ۲۸ فیٹ ہیں اور سرور کے درمیان فاصلہ

۱۱۲ فیٹ ہوا کا حجم دریافت کرو۔

متفاضل توسط ذوزنقہ ہوا کی اضلاع متوازیہ میں سے ایک ضلع $۱۰۰ + ۸۰$ فیٹ کا نصف یعنی ۹۰ فیٹ ہے اور دوسرے ضلع $۳۲ + ۲۰$ فیٹ کا نصف یعنی ۲۶ فیٹ ہے اور فاصلہ ان اضلاع متوازیہ کے درمیان نصف مجموعہ سروں کے اضلاع متناظرہ کا یعنی $۲۸ + ۲۶$ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ

$$\text{ہر ایک سر کا رقبہ مربع فٹوں میں} = ۲۸ \times \frac{۱۳۲}{۴} = ۱۸۴۸$$

$$\text{اور دوسرے سر کا رقبہ مربع فٹوں میں} = ۲۶ \times \frac{۱۱۰}{۴} = ۱۴۳۰$$

$$\text{اور فضل توسط کا رقبہ مربع فٹوں میں} = ۲۷ \times \frac{۱۲۱}{۴} = ۱۶۳۳$$

$$\text{جو چند رقبہ} = ۶۵۳۲$$

$$۱۸۴۸ + ۱۴۳۰ + ۶۵۳۲ = ۹۸۱۲ \text{ اور } ۱۲ \times ۹۸۱۲ \times \frac{۱}{۴} = ۲۹۴۷۶$$

پس ۲۹۴۷۶ مکعب فیٹ حجم ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۱۶ انچ قاعدہ کی متوازی سطحوں سے فانہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ان تینوں حصوں کی ارتفاع آپس میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہاں حصے دو مجسم ذوزنقہ ہیں اور ایک فانہ ہے اور ارتفاع ہر ایک ۷ انچ ہے اور مجسم ذوزنقہ کا ایک سر استطیل ہے جبکہ طول عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سر بھی استطیل ہے جبکہ طول و عرض ۱۶ انچ اور ۹ انچ ہے اور موجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے دوسرے مجسم ذوزنقہ کا ایک سر استطیل ہے جبکہ طول و عرض ۱۶ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سر بھی استطیل ہے اور طول و عرض اوس کا ۱۵ انچ اور ۳۱ انچ ہیں حجم موجب دفعہ ۲۸۲ کے ۱۶۱ مکعب انچ ہے۔

فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہے اور موجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے

تینوں چھوٹا مجموعہ کعبہ پنزون میں $۲۳۹ + ۱۶۱ + ۹$ یعنی ۴۰۹ ہے اور یہ برابر اصل فلز کے حجم کے برابر ہونا ہی چاہئے تھا۔

اٹھائیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا گھونسا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا اور پچاس پیچ اور پچاس سٹیل ہونے اور ایک استدا و متناظرہ ۲۰۰ فیٹ سیدھا ۱۰۰ فیٹ اور ۲۰۰ فیٹ ۵۰ فیٹ ہونے تو بتاؤ کتنے کعبہ فیٹ زمین گھودیں۔

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا گھونسا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور پچاس پیچ سٹیل ہونے اور استدا و متناظرہ اوکی ۲۰۰ فیٹ ۱۰۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ سیدھا ۳۰۰ فیٹ ہونے تو بتاؤ کتنے کعبہ فیٹ زمین گھودیں۔

(۳) ایک چکر اچھو سے ۳۰ انچ گہرا اور پچاس پیچ کے سرے سٹیل ہونے اور اوکی استدا و متناظرہ ۱۰۰ ۵۰ انچ اور ۲۰۰ سے ۳۰ انچ ہونے اور اوکین کو لمبہ ہر اسی تو بتاؤ کولمہ کا حجم کیا ہے۔

(۴) ایک گہرا ۱۰ فیٹ گہری اور اطراف ماتحت اور مافوق اوکی سٹیل ہونے اور استدا و متناظرہ ۲۰۰ فیٹ سیدھا اور ۲۰۰ فیٹ سے ۱۰۰ ہونے تو بتاؤ اوکین کتنے گیلن پانی آتا ہے۔

(۵) ریل کے واسطے ٹرک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور ہے سرے اوکے ذوزنقہ ہونے اور چاروں کنارے اوکے دوسرے متوازی ہونے اضلاع متوازیہ ۱۴۴ فیٹ اور ۳۰۰ فیٹ ہونے اور اوکے فاصلہ درمیانی ۳۰۰ فیٹ ہو اور دوسرے سرے کی استدا و متناظرہ ۱۰۰ فیٹ اور ۳۰۰ فیٹ اور ۲۰۰

بین اور سروں کے درمیان فاصلہ ۱۳۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے کعبہ فیٹ گھودائی ہوگی۔

(۶) ایک محکمہ ذوزنقہ کے سرے سٹیل ہونے اور استدا و متناظرہ ۱۰۰ فیٹ ۱۰۰ فیٹ سے ۱۰۰ فیٹ ہونے اور محکمہ ذوزنقہ کا ارتفاع ۲۰۰ فیٹ ہو اور سطح متوازی سر کی عیدی سطحیں ٹکی متوازی ایک سطح گزرتی ہو اور محکمہ ذوزنقہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہو تو ہر ایک حصہ کا حجم یا کثرت کو۔

(۷) ایک مجسم فوز نقہ کے سرے سے سطح ہین اور استدا و مناظرہ اوسی ۱۶ فیٹ سی ۱۱ فیٹ اور ۱۱ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم فوز نقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی سرو کی ستوازی سطح سے یہ مجسم تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔
 (۸) مجسم فوز نقہ کے دو سرے سے سطح ہین اور استدا و مناظرہ ۲۰ فیٹ سی ۱۶ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ۱۲ ہین اور فوز نقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور ایک سرے کے مقابل اضلاع کلان میں سے ہر ایک میں سطح گذرنی ہے اور اسے مجسم دو قانون میں تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک فائدہ کا حجم دریافت کرو۔

(۹) فائدہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۱۶ انچ ارتفاع فائدہ ۴ انچ ہے عین وسط میں سے ہو کر ایک سطح ستوازی قاعدہ کی گذرنی ہے اسے فائدہ دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) فائدہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہے اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع فائدہ ۱۲ انچ قاعدہ کی ستوازی سطحوں سے فائدہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصوں کے آپس میں برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) مجسم فوز نقہ کے سرے سے سطح ہین اور اوکی استدا و مناظرہ ۱۸ فیٹ سے ۱۰ اور ۱۲ فیٹ سی ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم فوز نقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے بڑے سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح ستوازی سے اس کے دو حصے ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح متعادل مربع ہے۔
 (۱۲) مثال گذشتہ میں دو حصوں کی جسامت دریافت کرو۔

اوتیسویں فصل کرہ کے بیان میں

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو۔

قاعدہ۔ قطر کے مکعب کو ۱۴۱۴ کے چھٹے حصہ میں یعنی ۵۲۳۴ میں ضرب دو۔

(۲۹۲) مثالیں۔

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے۔

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶۹ = ۱۰۰۰ × ۵۲۳۶۹ مکعب پنچ

پس کرہ کی جسامت تقریباً ۵۲۳۶۹ مکعب پنچ ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳۰ فیٹ ہے

۳۵ کا مکعب ۲۲۶۸۴۵ ہے اور ۵۲۳۶۹ × ۲۲۶۸۴۵ = ۲۲۶۸۴۵

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۲۶۸۴۵ مکعب فیٹ ہے۔

(۲۹۳) کرہ مجون کی جسامت ضرور اس طرح معلوم ہو جائیگی کہ اس کرہ کے حجم میں جبکہ قطر برابر

کرہ مجون کا قطر بیرونی کے برابر ہے اس کرہ کا حجم تفریق کریں جبکہ قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجون

کے ہو اسے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے لکھا جاتا ہے

(۲۹۴) کرہ مجون کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ قطر بیرونی کی مکعب میں سے قطر اندرونی کا مکعب کو تفریق کرو اور حاصل تفریق کو

۵۲۳۶۹ میں ضرب دو

(۲۹۵) مثالین -

(۱) ایک کرہ مجون کا قطر بیرونی ۹ انچ اور سٹائی اوکی ایک انچ

یہاں قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہے ۷۲۹ - ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۳۸۶ × ۵۲۳۶۹ = ۲۰۲۶۱۰۹۶

پس کرہ مجون کا حجم تقریباً ۲۰۲۶۱۰۹۶ مکعب پنچ ہے

(۲) کرہ مجون کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور سٹائی اوکی ۱۱ انچ ہے

پس یہاں قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۲۱۹۷ - ۱۰۰۰ = ۱۱۹۷ اور ۱۱۹۷ × ۵۲۳۶۹ = ۶۲۹۵۷۴۹۲

پس کرہ محوت کا حجم ۶۷۶۵۷۵ مکعب انچ ہے
(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۶ کے قاعدہ سے
اوس چہر کا حجم جو دونوں کرہ کی سطحوں کے درمیان واقع ہو دریافت ہو جائیگا اور یہ حجم اوس
صورت میں بھی معلوم ہو جائیگا کہ دونوں کرہ کے مرکز ایک نہ ہوں۔

(۲۹۷) بعض مثالیں بطور شق کے حل کرتے ہیں۔
۱) کرہ کے دائرہ عظم کا محیط ۲۸ انچ ہو اوس کا حجم دریافت کرو
اول کرہ کا قطر دریافت کریں تو موجبہً فصہ ۱۱ کے ۸۵۸ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا۔
اور یہ موجبہً فصہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۳۹۹۱۲ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا۔
(۲) ایک سیسہ کی گولی کا قطر ۲ انچ ہو اوس کا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا
وزن ۳۵۳ چٹانک ہے۔

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہے $۱۲۵ \div ۳۵۳ = ۰.۳۵۳۸$ پس گولی کا حجم ۴۵۳۴۵ مکعب انچ ہے
اسی طرح اوس کا وزن $۳۵۳۸ \times ۴۵۳۴۵ = ۱۵۹۴۷۵$ چٹانک

(۳) ایک مکعب انچ سونیکا وزن ۵۵۹۷ چٹانک ہوتا ہے تو اوس سونیکے گولہ کا وزن دریافت کرو
جس کا وزن ۵۰۰۰ چٹانک ہے

مکعب انچ کی تعداد گولہ میں $\frac{۵۰۰۰}{۵۵۹۷}$ یعنی قریب قریب ۸۹۳۳۴ کے ہے یہ عدد برابر قطر کے
مکعب ۱ اور ۵۱۲۴۹ کے حاصل ضرب کے ہوگا۔

ہوگا
قطر کا مکعب حاصل کرنے کے واسطے ہم ۸۹۳۳۴ کو ۵۱۲۴۹ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۱۷۰۹۱۵
پس جذر الکعبان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ جذر الکعب ۱۷۰۹۱۵ ہے
پس گولہ کا قطر ۵۵۹۷۵ انچ کے قریب قریب ہے

افتیون فصل کی مثالیں

جن کرہ کے قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے حجم دریافت کرو۔

- (۱) ۱۱ اینچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۳۲.۵ فیٹ
 جن کو ذی واد اعظمیہ کے تفصیل ذیل معلوم ہیں اور ان کے حجم کعبہ فٹ کے دسویں حصہ تک دریافت کرو
- (۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ
 جن مجوف کرو کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہیں اور ان کے حجم میں کعبہ پنج دریافت کرو۔
- (۹) قطر بیرونی ۵ اینچ اور اندرونی ۴ اینچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ اینچ اور اندرونی ۶ اینچ
 (۱۱) قطر بیرونی ۱۰ اینچ اور اندرونی ۸ اینچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۲ اینچ اور اندرونی ۱۰ اینچ
- (۱۳) ایک نصف کرہ کی شکل کا کاسہ ۲ فیٹ ۴ اینچ قطر رکھتا ہے اور مین تباؤ کتنے گیلن پانی سمایگا
 (۱۴) ایک نصف کرہ کی شکل کا کیتا لاب ہوا اور اس کا قطر ۱۰ فیٹ ہے اور مین اکیت ہا نہ ہیا لگا ہوا ہے کہ
 اکیلین پانی ایک سنٹ مین او سے پُر ہوتا ہے تو تباؤ کتنی دیر میں یہ تالاب پر ہوگا
- (۱۵) اسی طوائف مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہوا اور اس کے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہیں اور اس کا
 انتہا کے درجہ کا قطر ۲۴ فیٹ ہے اور قطر ۳ فیٹ اور اس کا حجم دریافت کرو
- (۱۶) ایک طوائف مستدیر قائم کی شکل کا مجسم ہوا اور اس کے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہیں اور اس کا
 طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ اینچ ہے تو تباؤ اس مجسم کی برابر پانی کے
 حجم کا کیا وزن ہوگا۔
- (۱۷) کہ ۱۶ اینچ قطر کا کرہ ایک لکڑی کے کعبہ میں سے جب کاٹا و ۴ ۱/۲ اینچ ہر قطع ہوا ہے تو تباؤ کتنی
 لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی۔
- (۱۸) لوہے کے گولہ کا قطر ۶ اینچ ہے اور اس کا وزن دریافت کرو اور ایک کعبہ پنج لوہے کا وزن
 ۲۶۱ چٹانک ہے۔
- (۱۹) سیسے کرہ کا ۴ اینچ قطر ہے اور اس کا وزن ۲۲۱ و ۳ اونس ہے تو اس سے کیا کرہ کا
 دریافت کرو جب کا قطر ۶ اینچ ہو۔
- (۲۰) اگر ۲۰ کعبہ پنج بارود کا وزن آدھ سیر ہو تو ۶ اینچ قطر کے مجوف مین وہ کس قدر سمائینگے۔

- (۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ میں کتنی بارود آئیگی۔
- (۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہو اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہو اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہو جس کا ایک کعبہ
فٹ وزن میں ۲۱۶ پونڈ ہو تو اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو۔
- (۲۳) ۱۱ انچ موٹا کرہ مجوف ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہے کا بنا ہوا ہو اور لوہے
ایک کعبہ کا وزن ۴ ہنڈریڈ ویت ہو تا ہو اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو۔
- (۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۱۲ انچ ہو اور قطر اندرونی ۲ انچ ہو تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا
وزن کیا ہو گا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ جس کے ایک کعبہ کا وزن ۸۶۰ اونس ہو۔
- (۲۵) ۱۳ انچ موٹا کرہ مجوف ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہو اور ایسی دھات کا بنا ہو جس کے ایک کعبہ ۱۰
کا وزن ۴۴۰ اونس ہو اس کا وزن دریافت کرو۔
- (۲۶) ۱۴ انچ دل کی مجوف گولی ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۴ انچ ہو اور ایسی دھات کی بنی ہو
ہو جس کے ایک کعبہ کا وزن ۸۰۰ پونڈ ہو اس کا وزن دریافت کرو۔
- (۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۱۵ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی تو ہے کی گولی ۲ انچ
موٹی جس کا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رکھے گی۔
- (۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۱۵ انچ اور ۱۳ انچ ہیں اور وزن اس کا ۱۶ پونڈ
اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جس کے قطر بیرونی ۱۶ انچ اور ۱۴ انچ ہوں بتائیں
تو اس کا کیا وزن ہو گا۔
- (۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ایک مخروط مستدیر، ایک بلند در قاعدہ جس کا نصف قطر
۲ انچ ہو بتائیں اور ایک اندر سے خالی گولہ ۱۵ انچ اور ۱۴ انچ قطر بیرونی کا بتائیں تو ان
دونوں کا حجم آپس میں برابر ہو گا۔
- (۳۰) لوہے کا مخروط مصلع ایسا ہو کہ ارتفاع اس کا ۸ انچ ہے اور اس کا قاعدہ مثلث
متساوی الاضلاع ہو اور ہر ایک ضلع اس کا ۲ انچ ہو اور ۱۴ انچ کے قطر کی گولی کا وزن

- ۱ پونڈ ہر ٹواس مخروط منسلح کا وزن دریافت کرو
- (۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ ہو تو بتاؤ اس کا ارتفاع کیا کہیں کہ حجم اس کا اوس کرہ کے ہو کہ جب کا قطر ۱۲ انچ ہو۔
- (۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہو اس کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۴ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو۔
- (۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۳۲ فٹ ہو اس کا ارتفاع الیا دریافت کرو کہ جس سے مخروط اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جب کا قطر ۱۲ فٹ ہو۔
- (۳۴) ایک محسوس سطح بناؤ کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہو اور دوسری نصف کرہ ہو انیس قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہو اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہو اوس محسوس کا حجم دریافت کرو
- (۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہو تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ہے ان مثالوں میں جذب الکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے
- (۳۶) اوس کعب کا کنارہ دریافت کرو جب کا حجم برابر اوس کرہ کے ہو جب کا قطر ۲۰ انچ ہو
- (۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جب کا حجم برابر اوس کعب کے حجم کے ہو جس کا کنارہ ۲۰ انچ ہے۔
- (۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جب کا حجم برابر اوس اسطوانہ کے ہو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو۔
- (۳۹) اگر ۲۰ کعب ۱۲ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جس میں ۱۵ پونڈ بارود سمائی ہو۔
- (۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی ۱۱ پونڈ وزن میں ہو تو جو سیسہ کا گولہ وزن میں ۵۵ پونڈ ہو تو بتاؤ اس کا قطر کیا ہو گا۔

(۳۱) ایک دہات الیسا ہی جیسا کہ ایک کعبہ پنجم وزن میں ۵۷۷ اونس ہے تو جو کرہ اس دہات کا وزن میں ۱۶۷۲۰ اونس کا بنایا جائے اور اس کا قطر بتاؤ

(۳۲) ایک پنیر کی چلتی سطوح کی شکل کی ہے ۱۱ انچ اونچی اور ۱۱ انچ قطر میں ہے اور ۱۲ اسی وزن میں ہے اور ایک اور اس کی چلتی گولہ کی شکل کی ہے اور وزن میں ۹ سیسہ تو اس کا قطر دریافت کرو۔

تیسویں فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان میں

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو۔

قاعده دو نوں کے نصف قطر دیکھ کر جو سیسہ چاند مجموعہ پر ارتفاع کا مبلغ زیادہ کر دو اور اصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور اصل ضرب کو ۵۲۳۵۴ میں ضرب دو حاصل حجم ہوگا۔
(۲۹۹) مثالیں۔

(۱) سر دیکھ نصف قطر ۱۱ انچ اور ۱۱ انچ میں اور ارتفاع ۲ انچ

$$۱۸۵ = ۱۲۱ + ۶۴ \quad ۱۸۵ = ۱۸۵ \times ۳ \quad ۵۵۵ = ۵۵۵ \times ۲ \quad ۵۵۹ = ۲ + ۵۵۵$$

$$۵۸۵۶۳۸۲۸ = ۵۲۳۵۴ \times ۲ \times ۵۵۹$$

پس ۵۸۵ کعبہ پنجم کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور ارتفاع ۱۹ انچ ہے

$$۲۰۰ = ۴۰۰ + ۸۰۰ \quad ۸۰۰ = ۸۰۰ \times ۳ \quad ۲۴۰۰ = ۲۴۰۰ \times ۲ \quad ۲۴۸۱ = ۸۱ + ۲۴۰۰$$

$$۱۱۹۹۱۵۴۹۳۲ = ۵۲۳۵۴ \times ۹ \times ۲۴۸۱$$

پس حجم تقریباً ۱۱۹۹۱۵۴ کعبہ پنجم ہوا۔

۳۰ مسئلہ اگر اس بات کو یاد رکھیں کہ قطعہ کرہ کا ایک سر کعبہ نہیں ہے تو دفعہ ۲۹۸ میں جو قاعده

بیان کیا گیا ہے اسی قطعہ کرہ کا حجم ہی دریافت ہو سکتا ہے مگر اس امر کے واسطے جہی قاعده

بیان کرنا مناسب ہے اور او میں بڑی آسانی ہے۔

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ - سہ چند ربع نصف قطر قاعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶۴ میں پس حاصل حجم ہوگا
(۳۰۲) مثالین -

(۱) قاعہ کا نصف قطر ۹ انچ ہو اور ارتفاع ۳ انچ ہو

$$۲۵ \times ۳ = ۷۵ = ۹ + ۷۵ = ۸۴ \text{ اور } ۸۴ \times ۳ \times ۵۲۳۶۴ = ۱۳۱۶۹۴۷۲$$

پس حجم تقریباً ۱۳۲ مکعب انچ ہو

(۲) قاعہ کا نصف قطر ۱۲ انچ ہو اور ارتفاع ۹ انچ

$$۹ \text{ انچ} = \frac{۳}{۴} \text{ فٹ اور } \frac{۳}{۴} \text{ کا مربع} = \frac{۹}{۱۶}$$

$$\text{قاعدہ کا نصف قطر} = \frac{۳}{۴} \text{ فٹ اور } \frac{۳}{۴} \text{ کا مربع} = \frac{۹}{۱۶}$$

$$۳ \times \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۷}{۱۶} \text{ اور } \frac{۲۷}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۳۶}{۱۶} = \frac{۹}{۴}$$

$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۹}{۴} \times ۵۲۳۶۴ = ۳۶۸۲۸۸۲۵ \text{ پس حجم تقریباً } ۳۶۸۲۸۸۲۵ \text{ مکعب انچ ہو}$$

(۳۰۳) مثالین بطور شق کے حل کرتے ہیں

(۱) ارتفاع قطعہ انچ ۳ ہو اور قطر کرہ ۱۲ انچ ہو قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ (۷۰) کی شکل کا بیان ہی استعمال کرو

تو می د = ۳ انچ اور می ن = ۱۲ انچ موجب دفعہ (۸۹) کے ہیکو ربع ہو د = ۳۳ دریافت ہوگا

$$۳۳ \times ۳ = ۹۹ \text{ اور } ۹۹ + ۹۹ = ۱۹۸ \text{ اور } ۱۹۸ \times ۳ \times ۵۲۳۶۴ = ۱۹۹۵۹۴۷۲$$

پس قریب ۲۰۰ مکعب انچ کے حجم ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۱۲ انچ ہو اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہو حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ (۷۰) کی شکل کو استعمال میں لاؤ تو

د = ۲۴ انچ اور س = ۲۵ انچ موجب دفعہ (۷۰) کو ہیکو دریافت ہوگا کہ س د = ۷۰ انچ

اسی واسطے دی = ۱۸ اینچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۲۰۵۲ = ۳ × ۵۷۶ اور ۱۷۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲ کا مربع = ۲۹۵۲

۱۹۳۳۹۶۸۹۶ = ۶۵۲۳۶ × ۱۸ × ۲۰۵۲

پس تقریباً ۱۹۳۳۶ ایک اینچ ہے

تیسویں فصل کی مثالین

(۱) سنانہ کرہ کو سرکے نصف قطر ۸ اینچ اور ۱۸ اینچ ہین اور ارتفاع ۳ اینچ اور اس کا حجم دریافت کرو
(۲) منطبقہ کرہ کے سرکے نصف قطر ۸ اینچ اور ۱۲ اینچ ہین اور ارتفاع ۴ اینچ اور اس کا حجم دریافت کرو۔

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہو اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ اینچ ہو اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲ فیٹ ہو اور اسے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے وہ دو قطعوں میں

منقسم ہوتا ہو اور ان دونوں میں سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۸ فیٹ ہو اور وہ دو قطعوں میں منقسم ہو اور ایک قطعہ کا ارتفاع نسبت دوسرے

قطعہ کے دو چند ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک اینچ ہو اور کرہ کا نصف قطر ۲ اینچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۶ اینچ لمبی اور ۱ اینچ قطری ہو اور اس کے سر پر دو گول لگے ہو جن میں ہر ایک کا قطر ۱ اینچ ہو

یہ سب لوہے کے ہیں اور لوہے کی گولی ۴ اینچ قطری ہو پونڈ وزن میں ہوتی ہے تو بتاؤ

اوس سلاخ اور گردن کا سب وزن ملکہ کیا ہے۔

(۱۳) کرہ کا قطر و فیٹ ہر اور وہ دو متوازی سطحوں سے حصہ نہیں منقسم ہوا ہر اور ان حصوں کے ارتفاع آپس میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۴) کرہ ۴۰ انچ قطر میں ہر اور چار حصوں میں متوازی سطحوں سے منقسم ہوا ہر اور ان کے ارتفاع آپس میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۵) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اور اسکے دو نو سر کر کے ایک ہی جانب میں واقع ہیں اور اونکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۱ انچ ہر اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔

(۱۶) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اور اسکا ہر ایک سر کر کے مقابل جانبوں میں اقم ہر اور اسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہر اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔

(۱۷) ایک قطعہ کرہ کی شکل کا بیالہ ہر اور اسکا عمق ۹ انچ اور قطر اسکا ۳ فیٹ ہر تو بتاؤ پست کے کتنے قریب پانی اوس میں سماے گا۔

(۱۸) اس دعویٰ کو مختلف صورتوں کے حساب لگا کر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع کرہ کی نصف قطری چوتھائی ہو تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اوس کرہ کے حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہے۔

اکیسویں فصل محسبات غیر منظم

(۳۰۴) اب ۶ ترکیبیں ہم بیان کرتے ہیں جس سے بعض صورتوں میں ہم کو اون محسبات کے حجم دریافت ہو جائیں جو اون قاعدوں کے اندر داخل نہیں ہیں جنکا بیان ہم نے اب تک کیا ہے۔

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک محسب ایسا ہے کہ پانی میں ڈوب جاتا ہے اور پانی میں ڈوبنے سے

کچھ نقصان نہیں ہوتا ایک کعب کی شکل کا یا محسب متوازی السطوح قائم الزاویہ اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا طرف اوجس میں آسانی ہو اور اوس میں اوس محسب کو رکھ دو اور اوس میں پانی بہرہیاتک کہ وہ محسب بالکل ڈوب جائے اور جہاتک پانی طرف میں ہو وہاں نشان کر لو

اب محکم کو پانی میں سے نکال لو اور جہاں پانی ٹہرے وہاں طرف میں نشان کروا جا ہر
ہی کہ محکم کا حجم برابر اوس پانی کے حجم کے ہوگا جو اون دونوں کے درمیان طرف میں
سماتا ہو اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے۔

یا اس طرح عمل کرو کہ طرف کو بالکل پانی سے برابر ہو اور اوس میں سچ سے محکم کو رکھ دو
جبکہ پانی طرف سے نکلیجائے اوسے ناپ لو۔

(۴۰۶) اگر محکم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اسکے حجم کا اندازہ اوسکے وزن اسطرح کر سکتے ہیں کہ
اوس محکم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہو اسکے ایک مکعب بچ کا وزن دریافت کریں اور محکم
وزن کو اس بچ مکعب کے وزن پر تقسیم کریں تو خارج قسمت حجم محکم کے مکعب بچ کی تعداد ہوگا
اگر بجائے ایک بچ مکعب کو کچھ کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو
تناسل کے حساب سے اوس محکم کا حجم دریافت کر سکتے ہیں اونیسویں فصل کے آخر میں مثلاً
اس اصول کی لکھی ہیں کہ اگر محجمات کا مادہ ایک ہی ہو تو اونکے وزن میں وہی نسبت
ہوتی ہو جو اونکے حجموں میں نسبت ہوتی ہے۔

(۴۰۷) اٹھارہویں فصل میں جو قاعدہ لکھا ہے اوس کے متشابہ ایک عدد محجمات کے واسطے
ہی اوس ہی بعض محجمات کے حجم تقریباً دریافت ہو جاتے ہیں۔

محکم کے طول کو برائے حق حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطح طول محکم پر عمود
سطوح متفاضل کا قیہ دریافت کرو اور اول در آخر رقبوں کو اور باقی طاق رقبوں اور
رقبوں کے چوبیس مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کی سطح متفاضل کے فاصلہ مشترک
میں ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔

(۴۰۸) قاعدہ مذکور عموماً اوس حالت میں کہ حجم بہت ہی سطح متفاضل مستقیم ہوگا یا وہ
ہوگا مگر جہاں محکم بہت ہی غیر منتظم ہو وہاں قاعدہ مذکور برا اعتبار کرنا نہیں چاہیے بلکہ
متفاضل کا قیہ دریافت کرنا سوائے بعض صورتوں کے نہایت مشکل ہوتا ہے اس لئے قاعدہ

مذکورہ بالا کچھ کام نہیں۔

آکٹویں فصل کی مثالیں

(۱) اسطوانہ کی شکل کا طرف ہوا اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر انچ ہے ایک تہہ کا ٹکڑا ۱ طرف میں رکھا گیا اور طرف میں پانی اتنا بڑا لگایا کہ تہہ ڈھک گیا اور جب تہہ کو نکال لیا پانی ۲ انچ اوپر گیا اور اس تہہ کا حجم دریافت کرو۔

(۲) ایک مکعب سنگ مرکا وزن ۲۰۱۶ اونس ہے تو جس سنگ مرکا وزن ۴ ٹن ۸ ہنڈریڈ وٹ ہوگا اور اس کا کیا حجم ہوگا۔

(۳) پانی سے بھرا ہوا بیس ۳ ہنڈریڈ وٹ وزن میں ہوا اور جب بیس خالی ہو گیا تو اس کا وزن ۲۰ پونڈ رہ گیا تو طرف میں تقریباً بتاؤ کتنے گیلن پانی تھا۔

(۴) پانچ برابر فاصلوں پر سطوح متفاضل ایک مجسم کی کچی گئی ہیں اور فاصلہ مشترک ۳ فٹ ہے اور رقبے ان سطوح متفاضل کے ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ اور ۱۱ ہیں تو انجام کے سطوح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہوا اس کا حجم دریافت کرو۔

(۵) پانچ برابر فاصلوں پر سطوح متفاضل ایک مجسم کی کچی گئیں اور فاصلہ مشترک ۲ انچ اور سب سطوح متفاضل دائرہ ہیں اور ان کے محیط جواہد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ انچ ہیں تو انجام کی سطوح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہوا اس کا حجم دریافت کرو۔

تیسویں فصل مجسمات متشابه کے بیان میں

(۳۰۹) مجسمات متشابه کلاہین جنکی صورت ایک سی ہو گواؤن کے حجم مختلف ہوں اکثر روزمرہ کی بولچال میں جو مجسمات متشابه ہوتے ہیں ان میں ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہیں۔

(۳۱۰) تمام مکعب متشابه ہوتے ہیں تمام کرے متشابه ہوتے ہیں۔

(۳۱۱) بہت سی صورتوں میں ایسا ہوتا ہے کہ وہاں آسانی سے یہ دریافت ہو جاتی ہے کہ مجسم متشابه ہیں مثلاً اگر ایک مجسم ہوازی اسطرح قائم الزاویہ کے تینوں کنارے جو ایک کونہ پر

ملتے ہیں دو گنی ٹکنی یا کچھ اور گنی ایک گنی و سر مجسم کی ایسی ہی کنارہ سے ہون تو ہم کیسے کر دو مجسم
 مشابہ ہیں اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دو گنا یا ٹکنا یا کچھ اور گنا دو سر مخروط
 کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم مشابہ کیسے۔

اور علیٰ ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانہ کے مشابہ ہونے کا ہے۔

ان بیانات کو اختصاراً اس طرح بیان کیا کرتے ہیں۔

و محمہ و تازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے متناسب ہوں تو وہ مجسم مشابہ ہوگا اگر قاعدون کے
 قطر اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب ہوں تو وہ
 دو نو مشابہ ہوں گے۔

(۳۱۲) مشابہ محجمات کے باب میں یہ مقدمہ اصل اصول ہے کہ

محجمات مشابہ مجموعہ نسبت ہوتی ہے جو ان کے متناظر طولون کے مکعبون میں
 شلّا فرض کر کہ ایک کرہ کا قطر n اینچ ہو اور دوسرے کرہ کا قطر m اینچ ہو تو پہلے کرہ کے حجم کو دوسرے
 کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ہ کے مکعب کو نسبت ہو m کے مکعب سے یعنی جو n^3 کو نسبت ہو
 m^3 سے اس سے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب n^3 کے مکعب سے قریب دو چند کے ہے۔

جو لوگ اس اصول میں توجہ نہیں کرتے او کو یہ حال نہیں معلوم ہوتا ہے کہ محجمات کی بعض
 امتداد کے بڑھنے سے حجم کس نسبت سے بڑھ جاتے ہیں اور اس کے اندر وہ بڑی شکل میں
 پڑ جاتے ہیں اور وہ کہہ سکتے ہیں۔

(۳۱۳) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے لکھتے ہیں۔

۱) مکعب کنارہ ایک فٹ ہو تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دو چند ہو اس کے کنارہ میں تعداد
 فٹون کی دریافت کرو۔

تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک مکعب سے وہ نسبت ہو جو کہ ایک سے پس اس سے معلوم ہو کہ تعداد
 مطلوب ۲ کا جذر الگ ہے اور اس کو نکالو تو ۱۵۲۵۹۹۲۴۰ نکلے گا۔

اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ مکعب کا کنارہ ۲۶۹ میٹ ہو وہ اس مکعب کے جس کا کنارہ ایک میٹ ہو کچھ ہی دو چند سے زیادہ جسم میں ہوتا ہے۔
(۲) مخروط مصلع کا ارتفاع ۱۲ میٹ ہو اس میں سے ایک مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک مخروط مفروض کی چوتھائی ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتھائی ہو تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اسی مخروط کا متشابہ ہوگا اس واسطے جو مخروط باقی رہا ہو اس کی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہو جو ۲۶۸ کی ۳ کو نسبت ہو ۱۲۹۶ سے پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بچ کر گئے کے رہا ہو ۱۲۹۶ کا جذر الکعب ہے اور وہ ۱۰۶۹۰۲۰ نکلتا ہے۔

پس اس سے معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲-۱۰۶۹۰۲۰ یعنی ۱۰۶۷۸۰۳۱ ہے
(۳) ناقص مخروط مستدیر کے سرورن کے نصف قطر، میٹ اور ۱۰ میٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۱۰ میٹ ہو قاعدہ کے متوازی ایک سطح ایسی کیجیو کہ اس کے دو برابر حصے ہو جائیں دفعہ ۲۱ کی شکل میں اب اور اس دائروں کے قطر ہیں اور بموجب اس دفعہ کے
دک = ۴۵ اور دم = ۷۵ فرض کرو کہ اسے سطح مطلوب کا عمودی فاصلہ دل سے تعبیر ہوتا ہے
تو یہ کو یہ دریافت ہوگا کہ دل کا مکعب اب نصف مجموعہ دک اور دم کے مکعبوں کے ہے
اور مکعب ۴۵ = ۹۱۵۱۲۵ اور مکعب ۷۵ = ۴۲۱۶۸۷۵

پس مکعب دل = ۵۱۳ کے $\frac{1}{4}$ = ۲۵۹۶۵

اور اس واسطے دل میں فٹوں کی تعداد = ۲۵۹۶۵ کے جذر الکعب کے یعنی ۳۵۳۵ کے
پس اس سے معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چوٹے سرے سے

$$۱۶۸۵۳۷ = ۴۶۵ - ۳۵۳۵$$

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم طے کرنے کے لئے چلیا جا کہ ایک مخروط مصلع ایسا بنائے

کہ اس کے قاعدے میں ہے ہون اگرچہ مثال ٹینک ٹینک مشابہت کے بابے علاقہ میں کہتی
مگر وہ آسانی سے بیان ہو سکتی ہے اس لئے لکھ دی ہے۔

فرض کرو کہ ہر کال نصف قطر فیٹ ہے اور دوسرے کال نصف قطر فیٹ ہے اور ارتفاع فیٹ
اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کے مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ میں

گیا
اور اس کے سرے میں بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں تو بموجب دفعہ ۲۶۸
مخروط مستدیر کا حجم مکعب فیٹ میں $= 152 = 12 \times 38 \times \frac{1}{4}$

اس واسطے جو حجم کہ چیل کر اوتا رہا ہے ۸۶۶۶۶۱۴ مکعب فیٹ ہے اور اصل حجم کا $\frac{6466614}{23886414}$ حصہ
یعنی ۳۶۶ حجم مخروط مستدیر کا ہے یعنی قریب قریب $\frac{9}{10}$ اصل حجم کے اس عمل کے دیکھنے سے
معلوم ہو گا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے جواب
حاصل ہوا ہے استحان کرنے سے یہ بھی واضح ہو گا کہ سروں کے نصف قطر خواہ کچھ ہی
ہوں بھی عمل کا حاصل ہو گا جواب ہوا ہے۔

پس اس سے ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہے۔

بتیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ٹوپ کا گولہ ۳۰ اینچ قطر کا ۶ پونڈ وزن میں ہے تو بتاؤ اسی دہات کے گولہ کا وزن جبکہ قطر
۵۰ اینچ ہے کیا ہو گا۔

(۲) اگر دھانی کل کا نمونہ وزن میں ۶ پونڈ اور اصل کل اسی نمونہ کی اسی دہات سے بنائی جائے
جبکہ نمونہ بنا ہے اور اسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادوں سے گونی ہوں تو اس
کل کا وزن دریافت کرو۔

(۳) دو سطوائے مستدیر قائم مشابہ ہیں اور انکی ارتفاع ۱۰ اینچ اور ان میں تو ثابت کرو کہ انکی
مشابہہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۰۰ اینچ ہو حجم میں دو ٹوپ اسطوانوں کے

مجموعہ کے مجموعہ سے کم کر دو سطوح کا ارتفاع ۴۰۰ میٹر ہو اور ان دو سطوح کو مجموعہ سے منہا کر دو
(۴) ایک مخروط منسلک کا ارتفاع ۱۶ میٹر اور اس کا حجم ۳۰۰ مکعب میٹر ہے قاعدہ سے ۳۰ میٹر کے فاصلہ پر قاعدہ
کی ستوازی ایک سطح کھینچی گئی ہے اس سطح سے مخروط کے جو دو حصے ہوں ان کے حجم دریافت کرو
نیچے کی چار مثالوں میں جذر الکعب نکالاجائیں گے

(۵) توپ کا گولہ ۱۰ میٹر قطر کا ہے اس میں سے ایک مخروط کا گولہ اسی دیات کا ۱۰ میٹر میں ہوا وہ قطر کیا ہوگا
(۶) سطوح تدریج قائم کا ارتفاع ۴ میٹر ہے تو اس کے حجم میں جو گولہ اسطوآنہ متشابہ ہوا اس کا
ارتفاع دریافت کرو۔

(۷) مخروط ناقص کے دونوں قطر ۲ میٹر اور ۱ میٹر ہیں اور ارتفاع ۵ میٹر ہے اور وہ دو برابر
حصوں میں ایک سطح سے کہ قاعدہ کے ستوازی ہی تقسیم ہوا ہے تو چھوٹے سرے سے فاصلہ
اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور میں مخروط ناقص تین برابر حصوں میں دو سطوح سے کہ قاعدہ کی ستوازی ہوں
منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو۔

(۹) مسدس منظم پر ایک مخروط منسلک قائم ہوا اس کو خراؤ پر چڑھا کر مخروط مستدیر بنایا ہے تو ثابت
کہ ایک دسویں حصہ اس کا کچھ ہی زائد خراؤ پر چیل گیا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط منسلک کا قاعدہ مربع ہوا اور اس کے حجم کو چاروں طرف سے چیل کر البا دتا رہا ہے کہ وہ مخروط مستدیر
بن گیا ہے تو ثابت کرو کہ کچھ ہی زیادہ اہل حجم کا ۱۰ حصہ چیل کر اوتا رہا گیا ہے۔

(۱۱) مخروط منسلک کا قاعدہ مربع ہوا اور اس کا ہر ایک کنارہ ۱۰ فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط منسلک کا حجم ۱۰۰ مکعب
فٹ کا ہے اور مخروط منسلک کا حجم جب کا قاعدہ مربع ہو طر چھوٹا ہو کہ کنارہ ۱۰ مکعب فٹ میں ضرب بن۔

(۱۲) مستطیل پر مخروط منسلک بنایا ہے اور اس کا ہر ایک کنارہ ۱۰ فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم
۱۰۰ مکعب فٹ ہے اور جو مستطیل پر مخروط بنایا جائے اور اس کا ہر ایک کنارہ برابر ہو تو اس کا حجم ایک
کنارہ کے مکعب کو ۱۰۰ میں ضرب دینے سے دریافت ہوگا۔

پانچواں باب سطوح مجسمات کے رقبے ثبیتیں وین فضل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح کو مجسمات اساططہ ہوتی ہیں ان کے رقبے دریافت کرنا حال کتبہ میں اگرچہ ضمیمہ باب سوم سے متعلق تھا اور وہ ان بیان کرنا مناسب تھا مگر مبتدیوں کے واسطے اس بات میں آسانی ہو کہ اول وہ مجسمات کی جسامت دریافت کرنا بیان کیسے اور بعد ازاں ان کی سطوح رقبوں کے معلوم کرنے کی کیفیت جانیں۔

(۳۱۵) سہی مجسم کی سطح مستوی کا قیاس و نمین قاعدوں سے دریافت ہو سکتا ہے جو پہلے باب سوم بیان کئے ہیں اب ہم مختلف صورتیں ان سطوح کی بیان کرتے ہیں مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہیں اور مجسم متوازی السطوح کی اطراف متوازی متوازی الاضلاع ہوتی ہیں دو یا چاروں نمین سہی قائم الزاویہ بھی ہو سکتی ہیں مثلاً سہی مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتی ہیں مثلاً قائم میں اطراف قائم الزاویہ اور مثلاً باطن میں اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہیں مخروط منقطع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہے اور اطراف مثلث ہوتی ہیں مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط منقطع ناقص کے سبب مثلث اور مستقیمہ الاضلاع ہوتے ہیں اور اطراف ذوزنقہ ہوتی ہیں۔ فائدہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفوں میں ہے ہر ایک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہے غرض سب صورتوں میں مجسمات کی سطح وہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتی ہے جس کے قیاس و نمین قواعد سہی دریا ہوئے ہیں جو اوپر بیان ہوئے ہیں دائرے قیاس و نمین کا قاعدہ ہی بیان ہوا ہے اس قاعدہ کا استعمال ان صورتوں میں ہو گا کہ طول دائرہ مستدیر کے سرے دائرے ہوتے ہیں مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے دائرے ہوتے ہیں قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے منقطعہ کرہ کے سرے دائرے ہوتے ہیں ان سب صورتوں میں دائرہ کے رقبے دریافت کرنا قاعدہ کام میں آئے گا۔

باب ثم میں جو قاعدہ بیان ہوئے ہیں ان میں سے ہر ایک قاعدہ اس باب میں کام لے گا مثلاً قطعہ کرہ کے

رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہے وہ سطوانہ کی اودن قطعات کی سطح کے بقے دریافت کرنے میں کام آئیگا جو دفعہ ۲۵ میں بیان ہوئی
(۳۱۶) مثالین۔

(۱) ایک مکعب انچ لنبا ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
مکعب ہر ایک طرف مربع ہے اور اس کا رقبہ ۶۴ مربع انچ ہے اور اسکی چہہ طرفین ہیں اسلئے کل سطح
 $64 \times 6 = 384$ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہے

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ایک ضلع ۱۰ انچ لنبا ہے اور باقی چار اطراف جو اس پر ملتے ہیں مثلث
تساوی الاضلاع میں مخروط مصلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ جو جب دفعہ ۲۰۴ کے ۳۳۳ مربع انچ کے قریب ہے
اس واسطے چاروں مثلثی طرفوں کا رقبہ ۴۳۶ مربع انچ ہے پس مخروط مصلع کی کل سطح
 $100 + 436 = 536$ مربع انچ ہے

(۳) ایک طرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈکنے کے بنایا گیا ہے بیرونی طول
اور سکاہ فیٹ اور عرض کم فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو۔
اب سطح بیرونی میں دستخط الیہ میں کہ جو ہر فیٹ سے ۲ فیٹ ہیں اور دستخط الیہ میں کہ ہر فیٹ
سے ۲ فیٹ ہیں اور ایک دستخط الیہ ۲ فیٹ سے ۲ فیٹ ہے کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے
فرسنگو کہ یہ طرف ایک نصف انچ ٹوٹا دلدار بنایا جا تو جواب علمایہ ہوگا کہ اس ضخامت معینہ کے
ایک چاروں سمت ہات کی ۴۰ مربع فیٹ اور اس طرف کے بنانے کے واسطے لین اسطرح سے
ہر ایک سوال حسین ضخامت فلزات کی مقابلہ طرف کی استداد کے نہایت چھوٹی ہو
حل ہو سکتا ہے۔

دفعہ ۲۴ میں ٹینک ٹینک کیسب حل کرنے کی بیان ہوئی ہے اور ہمیں بیان کیا گیا ہے کہ بالکل
صحیح نتیجہ ۲۸۱۲ ایکسٹینچ ہے اب اگر دہات کا ۴۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

سوٹا لین تو او سکا حجم ۲۸۸۰ مکعب انچ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہے کہ تقریبی حجم جو نکالا ہے وہ اصل حجم سے کچھ زیادہ ہے جس قدر ماوہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اوسی قدر حجم تقریبی اور حجم اصلی میں کم فرق ہوگا

۱۴) ایک طرف محکم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہو اور اس کا اوکھنا نہیں آوے اور اس کا قاعدہ مربع ہو اور اس میں ایک مکعب کی سمائی ہو اور اس کا ارتفاع اوسکے طول سے نصف ہو تو اوسکی اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

ایک طرف اوسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جس میں ۲ مکعب فیٹ سمائینگے یعنی ۲۴۵۶ مکعب انچ اوس سے معلوم ہوگا کہ قاعدہ کے ضلع کا طول ۲۴۵۶ کا جذر الگ ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف میں ہے ہر ایک سے ہوگا اس واسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انجون میں سہ چند ۱۵۱۹ کے مربع سے وہ ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ وہ ۴۸۵۷۵ ہے

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ میں وہاٹ کا طرف بنایا جاوے اور اس بات کی ضخامت سجدہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۴۸۶ مربع انچ طرف کے بنانے میں صرف ہوگی۔

(۱۵) اوپر کی دو مثالوں میں جس اصول کی توضیح ہوئی ہے وہ اسطرح بیان میں آتا ہے کہ ہم طرف کو کسی فلزات یا وہاٹ کا بنانا چاہیں اور اوسکی باریک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلز کی چار طرف کی سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دھچک صورت میں بعض نتائج حسیہ کی بن سکتی ہیں مثلاً اس باب کے آخر میں جو مثالیں ۳۳ سوالات تک لکھی ہیں ان کے نتائج کا مقابلہ کریں اور اسی قبیل کی مثالوں کے دیکھنے سے ہم اس سلسلہ کو صحیح جانتے ہیں کہ ایک طرف جس کا سما و معلوم ہے محکم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جاوے اور اس کا قاعدہ مربع ہو اور اس کا اوکھنا نہ ہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اوس کی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس طرف بنانے میں جب یہ منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو طرف کو ایسا بنانا چاہئے کہ ارتفاع اور سکا طول سے نصف ہو اور علی بن ابی القیاس ۴۲ سے ۴۴ تک وراوی قبیل کی مثالوں کے نتائج کو دیکھ کر کم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈگنا بھی ہو تو مکعب بنانے میں بہت کم صرف ہوگا فرض کرو کہ محبس توازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا طرف مربع قاعدہ پریم بنانا چاہتے ہیں اور اوکی مصالح کی مقدار یہ معلوم ہے پس اگر ڈگنا ہوگا تو طرف کا سماؤ اس حالت میں بڑی سی بڑا ہوگا کہ ارتفاع اور سکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈگنا بھی ہو تو طرف کا سماؤ اس حالت میں بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ طرف مکعب۔

تینتیسویں فصل کی مثالین

اون مکعبوں کی سطحوں کے کل رقبے دریافت کرو جبکہ طول تفصیل میں معلوم ہیں۔

- (۱) ۲ فیٹ ۶ انچ ۳ فیٹ ۸ انچ
- (۲) ۵ فیٹ ۱۰ انچ ۴ فیٹ ۶ انچ
- جن مجسمات توازی السطوح قائم الزاویہ کی استقامت تفصیل میں معلوم ہیں ان کی کل سطح قیود یافت کرو
- (۳) ۲ فیٹ ۶ انچ ۳ فیٹ ۵ فیٹ
- (۴) ۲ فیٹ ۴ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۳ فیٹ
- (۵) ۲ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۲ انچ ۳ فیٹ ۱۰ انچ
- (۶) ۲ فیٹ ۱۱ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۳ فیٹ ۲ انچ
- جن نشوونما کی استقامت تفصیل میں معلوم ہیں ان کی کل سطح کے رقبے دریافت کرو
- (۷) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ
- (۸) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ
- (۹) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۶ فیٹ ارتفاع ۳ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۶ انچ

- (۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۵ انچ ہواؤ کی سطح کے کل رقبہ کو دریافت کرو۔
- (۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۳ انچ ہواؤ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۳) مجسمہ زینقہ کے سر مستطیل ہیں اور ایک دوسرے سے ۴ فیٹ ۶ انچ ہیں اور اوپر کی متناظر مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کناروں میں ہر ایک کنارہ ۱۲ انچ ہواؤ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۴) مخروط منکشی کے چاروں اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کنارہ ۱۰ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۸ انچ ہواؤ کی ہر ایک کنارہ ۶ فیٹ ہواؤ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہے اوپر کی جسامت دریافت کرو۔
- (۲۷) مجسمہ متوازی السطوح قائم الراویہ کی امتداد ۳ لائے ۳ و ۶ فیٹ ہیں تو جس مکعب کی سطح اس مجسمہ کی سطح کے برابر ہو اس کا کنارہ دریافت کرو۔
- (۲۸) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۱۲ انچ اور اوپر کے دوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۳۵ انچ ہواؤ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۹) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۱۲ انچ اور دوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۶ انچ کل اوپر کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۳۰) منشور قائم کے سرے سدس منظم ہیں اور اس کا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہواؤ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۳۱) مخروط کا قاعدہ مثلث منظم ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہواؤ مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲ فیٹ

ایک انچ ہر قاعدہ سمیت اوکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استناد ملاشتہ ۸ انچ اور ۱۲ انچ اور ۱۶ انچ ہین توجو کعبہ دس
مجسم کی برابر ہواوکی کل سطح کا کل رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ اور ۱۲ اور ۱۶ انچ ہین اوکی سطح دریافت کرو
اور اس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جبکہ ارتفاع وہی ہو جو پہلے
مجسم کا تھا اور قاعدہ مربع ہو۔

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جبکہ ارتفاع اور مجسم ایک ہی ہو اور اونہین سے ایک مجسم کا قاعدہ
مربع ہو تو اوکی کل سطح دوسری کل سطح سے کم ہوگی اس میں عا کو ذیل کے محسبات متوازی السطوح
قائم الزاویہ کی سطح کا اور محسبات کی سطح سے جبکہ ارتفاع اور حجم پہلے محسبات کے حجم اور
ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکے مربع ہون مقابلہ کر کے ثابت کرو۔

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۷ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثالوں میں جذر الکعبہ نکلے گا

ایک طرف بغیر نکلنے کے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہو اور قاعدہ اس کا مربع ہو اور
اوسمیں... کعبہ پنچ کا سماؤ ہو تو اوکی کل سطح بیرونی کا رقبہ منفصلہ میل میں دریافت کرو۔

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر چار طول کے (۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے -

ایک طرف ڈھکنے سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اور اس کا سماؤ... کعبہ پنچ

ہی تو اسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صوفیہ ذیل میں دریافت کرو

(۳۲) ارتفاع برابر طول کے

(۳۳) ارتفاع برابر دو چند طول کے (۳۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

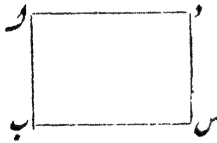
(۳۵) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۳۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چوتیسویں فصل اسطوانہ مستدیر قائم کے بیان میں

(۳۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح میں دو سر در سر ہوتے ہیں اور ایک در حصہ سطح ہوتا ہے جسکو ہم

سطح منحنی راستدیر کہتے ہیں۔



(۳۱۹) فرض کرو کہ اب سق ایک سطح ہے

اوسکو ایک کاغذ یا دھاتی کا کٹر کرنا اور یہ اوسکو موڑو

یہاں تک کہ کنارہ اب کنارہ دس سے مل جائے

تو ظاہر ہو کہ موڑو کر کاغذ ایک اسطوانہ مخروط کی صورت کا بن جائیگا اسطوانہ کا ارتفاع اب ہو گا اور

قاعدہ کا محیط اب ہو گا اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر دس سطح کے

رقبہ کے ہر جب کا ایک انداز برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا انداز برابر محیط قاعدہ اسطوانہ

کے ہو پس اس سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے بیان ہوتا ہے

(۳۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - محیط قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو

(۳۲۱) مثالین -

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ فٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع ۲ فٹ

ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = $۳۶۱۴۱۶ \times ۳ \times ۲ = ۱۸۵۸۴۹۶$ فیٹ

$$\frac{۱۸۵۸۴۹۶ \times ۵}{۴} = ۲۳۲۳۱۲$$

پس سطح مخنی کا رقبہ قریب ۲۳۲۳۱۲ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ استدیر قائم کو قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ} = ۳۶۱۴۱۶ \times ۱۶ = ۵۰۶۲۶۵۶ \text{ مربع انچ کے اور } ۵۰۶۲۶۵۶ \times ۲۵ = ۱۲۵۶۶۶۴۰$$

پس سطح مخنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶۶۶۴۰ مربع انچ کے ہے

$$\text{دو دوسروں کا رقبہ مربع انچوں میں} = ۳۶۱۴۱۶ \times ۴ \times ۲ = ۲۰۲۵۱۲۳۸$$

$$۱۴۵۸۵۶۶۴۸ = ۲۰۲۵۱۲۳۸ + ۱۲۵۶۶۶۴۰$$

اس واسطے کل سطح کا رقبہ ۱۴۵۸۵۶۶۴۸ مربع انچ ہے

(۳۳۲) دفعہ (۳۲۱) کے قاعدہ سے بنتا کج یا سانی استخراج ہوتے ہیں

اگر اسطوانہ استدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح مخنی کا رقبہ برابر اسطوانہ کے

دو دوسروں کے رقبوں کے اور اگر ارتفاع دو چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح مخنی کا سرورن کے رقبہ

سے دو چند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح مخنی کا سرورن کے رقبہ

سے سہ چند ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف قطر سے نصف ہو تو سطح مخنی کا رقبہ سرورن کے رقبہ ہی نصف ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر

کی تہائی ہو تو سطح مخنی کا رقبہ سرورن کے رقبہ سے ثلث ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

پس اس سہم یہ نتیجہ تنبہ کرتے ہیں کہ اسطوانہ استدیر قائم کے ارتفاع کو وہی نسبت نصف

قطر قاعدہ سے ہے جو سطح مخنی کے رقبہ کو دو دوسروں کے رقبہ سے

نسبت ہے۔

(۳۳۳) دفعہ (۳۱۹) کو عمل سے ہم اور طرح کی ہی صورت اسطوانہ قائم بنا سکتے ہیں جبکہ قاعدے

دائرے ہوں بلکہ بیضوی یا اوخلوط مخنی ہوں پس ہم دیکھتے ہیں کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ طرہ دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب میں
 (۳۳) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں
 اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر کا
 نصف کے ہر قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

موجب دفعہ ۳۲ کی سطح منحنی کا رقبہ ایک ستر برابر ہے اس ایک ستر کا سہ چہر رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے
 اس واسطے ایک ستر کا رقبہ $\frac{20}{3}$ مربع فیٹ = ۶۶ مربع انچ کے اب بموجب فعلہ ۱ کے قاعدہ کا
 نصف قطر دریافت کرو۔

۶۰ کو ۱۴۱۲۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۵۵۸۸ نکلے گا اور اس کا جذر ۵۴۸ ہے۔

پس قاعدہ کا نصف قطر ۵۴۸ انچ کے قریب قریب ہے
 (۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے اور حجم ۱۳ مکعب قاعدہ کا نصف قطر اسطوانہ
 کا ارتفاع دریافت کرو۔

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہے اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے
 پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر $= 30 \div 120 = 3$ لیکن بموجب دفعہ ۱۷ کے
 قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف ۳
 ہے اس واسطے نصف قطر ۶ فیٹ ہے

اس سے معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط $3 \times 12 \times 14 = 504$ مربع فیٹ

اسی واسطے اسطوانہ کا ارتفاع $= 504 \div 30 = 16.8$ مربع فیٹ

(۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا طرف بنا ہوا ہے اور اس کا سہاؤ ایک مکعب ہے اور ارتفاع
 برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے تو اس کی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۲ مکعب انچ دفعہ ۲۵ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہو گا اور ارتفاع انچوں میں
 ۱۲۸ کا جذر ۱۱.۳۱۱ ہے اس سے معلوم ہوا کہ ارتفاع ۱۱.۳۱۱ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا قریب چند ایک کے قریب سے ہوا پس اچھوٹے کا قریب سے چند اوس حال معلوم ہے
 جو ۱۲۱۹ اور ۱۲۱۹ کا ۱۲۱۹ کے مربع میں قریب سے ہے حال میں قریب تاہر کل کر نیسے معلوم ہو گا کہ ۱۲۱۹ سے
 اس نتیجہ سے اور آخر تاہر سے جو دفعہ ۱۲۱۹ میں حال ہو ہیں اوسے معلوم ہوتا ہے کہ اس شکل کے طرف
 بنانے کے واسطے مصالح بہ نسبت اوس طرف کے جسا کا ذکر دفعہ مذکور میں ہوا ہے کہ چاہئے
 (۳۲۵) اس باب کے آخرین مثالیں ۱۲۱۹ تک جو گلی ہیں اوسے اور اونی کی مثالوں میں تاہر کو
 اہلچین مقابلہ کر نیسے معلوم ہوتا ہے کہ طرف کو نیسے کرنے کے اور اسطو انہ کی شکل کے بنانے میں فائدہ
 ہو کہ جہیں ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ ہوا اور اگر دیکھنا بھی ہو تو اوس صورت میں فائدہ ہے
 کہ ارتفاع دو چند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکلوں کے سطحوں میں اصول مذکور کو مانکر ہم توڑے سے مصالح سے اکیٹھ جسا معلوم ہو
 بنا سکتے ہیں اور اگر مصالح دیدیا جائے اوس طرف بڑے سے بڑے ساؤ کا بنا سکتے ہیں۔

چوتیسون فصل کی مثالیں

جن قائم استدیر سطحوں میں استدیر تقبیل فیہ معلوم ہیں اونی سطح منحنی کا کل قریب دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۹ انچ

(۳) ارتفاع ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۹ انچ قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۹ فیٹ

جن قائم استدیر سطحوں میں استدیر تقبیل فیہ معلوم ہیں ان کا کل قریب دریافت کرو۔

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

- (۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ
- (۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۲ فیٹ
- (۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مخفی کا رقبہ مربع فیٹ ۵ اور قاعدہ کا محیط ۲۲ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو
- (۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مخفی کا رقبہ مربع فیٹ ۵ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ فیٹ ارتفاع دریافت کرو
- (۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ۴ اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ۴ اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دو چند نصف قطر قاعدہ کے ہو اور قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ۴ اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مخفی کا رقبہ ۲ ۱/۲ مربع فیٹ ۴ اور اسطوانہ کا حجم ۳ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مخفی کا رقبہ مربع فیٹ ۵ اور اسطوانہ کا حجم ۳ مکعب فیٹ ہے ایک سر کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مخفی کا رقبہ مربع فیٹ ۵ اور حجم ۲ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو
- (۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۴ ۱/۲ مربع انچ ہے اور حجم ۶۹ ۱/۴ ۳۱ مکعب انچ سطح مخفی کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہو اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح مخفی کا رقبہ دریافت کرو۔

امثلہ مفصل ذیل میں جذر الکعب نکالا جائے گا

ایک طرف بغیر ڈکنے کے ہوا در اسطوانہ مستدیر قائم الراویہ کی شکل کا ہے اور او سین ۱۴۱۶ ۳ مکعب
انہم کا ساوا ہے صورت مفصلہ ذیل میں اس کی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دو چند (۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع سہ چند (۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک طرف ڈکنے سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الراویہ کی شکل کا ہے اور او سین ۱۴۱۶ ۳ مکعب انہم
کا ساوا ہے پس صورت مفصلہ ذیل میں اس کی کل سطح اندرونی کا قاعدہ دریافت کرو۔

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انہم اس کے حجم کی برابر حجم میں ایک اسطوانہ مستدیر ہو گا ارتفاع برابر نصف

قطر قاعدہ کے ہو گا ایک در اسطوانہ میں سے ہر ایک کی کل سطح اندرونی دریافت کرو۔

(۳۲) ایک طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈکنے کے ہے اور او سین ۱۴۱۶ ۳ مکعب

سماتے ہیں تو کل سطح اندرونی طرف کی اس حالت میں دریافت کرو کہ وہ کم از کم سطح

میں طرف تیار ہو جائے۔

پنٹیویں فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کے بیان میں

(۳۳) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطح منحنی کے رقبے آسان قاعدوں سے

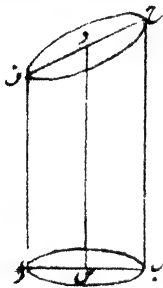
دریافت ہو سکتی ہیں اب ہم ان کو بتلاتے ہیں۔



(۳۲۶) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ تدبیر قائم محور کے
ستوار کسی سی سطح سے دو حصوں میں منقسم ہوا ہے اب ہر حصہ کی
سطح میں قطعات دائرہ کی ہیں اور ایک مستطیل ہے
اور ایک اور سطح مخفی کا حصہ ہے

اب قطعہ دائرہ کا قیاس (۳۲۵) دریافت ہو سکتا ہے اور مستطیل کا قیاس موجب قطعہ ۳۲ کے اور سطح
مخفی کا قیاس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دیا قیاس
مستطیل اور سطح مخفی دونوں ساتھ موجب قطعہ ۳۲ کے ہم دریافت کریں یعنی قاعدہ کے احاطہ کو
ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دیں۔

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ تدبیر قائم کو ایک سطح جو محور پر اُٹل ہو اور قاعدہ نہ قطع کر کے ایک مجسم
بنائیں تو اس مجسم کی سطح میں دو حصے ہیں ایک حصہ میں قاعدہ جو دائرہ ہے اور دوسرا حصہ وہ



ایک سطح مخفی مستوی ہے اور دوسرا حصہ سطح مخفی ہے قاعدہ کا
قیاس موجب قطعہ ۱۹ کے دریافت ہو سکتا ہے اور دوسرا حصہ کے قیاس
دریافت کریں کہ کوئی قاعدہ اصل مجسمہ ایک نین بیان ہو لیکن
موجب قطعہ ۱۹ کے اور قیاس بقدر یاد یافت ہو سکتا ہے اس مخفی
مستوی کو بعضی کہیں بنیاد تحقیقات یا ضمیمہ میں وہ بر مطلق ثابت ہے

سطح مخفی کا قیاس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے کہ قاعدہ کو ارتفاع مجسمہ میں ضرب دیں۔

(۳۲۹) دفعہ ۲۵ کو فوق ارتفاع مجسمہ کو سمجھنا چاہئے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵ ہی ہوا کرتی ہے

(۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ تدبیر قائم کو دو سطحیں قطع کرتی ہیں اور وہ محور پر اُٹل ہیں اور قاعدہ سے

نہیں ملتا ہے اور اسی ایک مجسمہ پیدا ہوتا ہے۔ تو سطح مخفی کا قیاس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ اسطوانہ

کی محیط کو ارتفاع مجسمہ میں ضرب دیں ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵ کے سمجھو اس قاعدہ کا استخراج

اس امر واضح پر موقوف ہے کہ مجسمہ کو ہم تفاوت اون دو محسوس کا سمجھتے ہیں جبکہ ذکر

دفعہ ۲۵۶ یا ۲۸۸ میں ہوا ہے۔

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح مقابل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول میں ضرب دو طول حلقہ کے معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو۔

(۳۳۲) مثالیں۔

(۱) حلقہ کی متفاضل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہو اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہو۔

محیط متفاضل مدور حلقہ کا $۲ \times ۱۰ = ۲۰$ انچ ہے اس واسطے حلقہ کی سطح کا رقبہ $۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$

یعنی ۲۰۸×۲ پس سطح کا رقبہ ۹۳ مربع انچ کے قریب ہو۔

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۸ انچ اور قطر بیرونی ۱۸ انچ ہو۔

موجبہ دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فضل مدور کا ۱۰ انچ ہو اور حلقہ کا طول $۲۰ \times ۵ = ۱۰۰$ انچ ہے

اس واسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ میں $\frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۲۰ = ۱۰۰$ یا $۱۰۰ = ۱۰۰$

پننتیسویں فصل کی مثالیں

(۱) دفعہ ۳۳ کی شکل میں دو حصوں کے اندر جو حصہ کی سطح تختی کا رقبہ یہ فرض کر کے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے۔

(۲) دفعہ ۳۲ کی شکل میں دو حصوں کے اندر جو حصہ کی سطح تختی کا رقبہ یہ فرض کر کے دریافت کرو

کہ مجسم کا ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ اور مرکز دائرہ پر زاویہ قائمہ

کا محاذی وتر ہے۔

(۳) سطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو اور محور سطوانہ پر دو سطوح مائل ہیں قاعدہ سے

نہیں ملتیں وہ سطوانہ سے ایک مجسم قطعہ کر کے پیدا کرتے ہیں ان دو سطحوں کے درمیان

جو حصہ محور کا آتا ہو اس کا طول ۲۵ انچ ہے سطح تختی کا رقبہ دریافت کرو

جن حلقوں میں ہندو ذیل معلوم ہیں اوہی سطوح کا رقبہ مربع انچوں میں دریافت کرو۔

(۳) طول ۳۰ انچ اور سطح متفاضل کا محیط ۴۲ انچ ہے۔

(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاضل کا نصف قطر ۳ انچ

(۶) قطر بیرونی ۷۰ انچ اور قطر اندرونی ۳۰ انچ

(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاضل کا قطر ۲ انچ

(۸) قطر بیرونی ۲۴ انچ اور سطح متفاضل کا قطر ۴ انچ

(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاضل مدور کا محیط ۱۰ انچ

(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ سطح متفاضل مدور کا محیط ۱۲ انچ

(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ اور سطح متفاضل کا نصف قطر انچ ہر حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہے اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسویں فصل مخروط مستدیر قائم کے بیان میں

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر میں دو حصے ہوتے ہیں ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہے اور دوسرے

حصہ کا نام سطح مخفی یا مستدیر ہے۔

(۳۳۴) فرض کرو کہ اس میں ایک قطاع دائرہ ہے اور کسی وسطی یا کاغذ کا بناؤ اور پیر او کو

معدوم یا نکات کنارہ اب کنارہ او کے ساتھ متصل ہو جا۔



اب یہ مادی انظر میں معلوم ہوتا ہے کہ تیلی اور اندر سے خالی

یعنی مخوف جو چیز بنے گی اس کی باہر کی سطح بالکل مخروط مستدیر

کی سطح مخفی سے مماثلت رکھے گی۔

اور مخروط مستدیر کا اس میں گا اور اب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل مربع سطح قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط

اس سے یہ اخراج ہوتا ہے کہ سطح مخفی مخروط مستدیر قائم کے برابر اس قطاع کے ہوتی ہے جب کا

مضیق قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط

مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصل ذیل متبناط ہوتا ہے۔

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر میں ضرب کر نصف حاصل سطح منحنی کا رقبہ ہوگا
(۳۳۶) مثالین۔

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۲ انچ ہو سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ انچوں میں} = 3.14159 \times 8 \times 2 = 50.2654$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۱.۵۵۹۲ = ۵۰.۲۶۵۴ × ۱۲ × ۱/۲ ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوس کا ۵ فیٹ کل کا رقبہ دریافت کرو۔

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہئے بوجہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۹+۱۶ کا
یعنی ۲۵ کا جذر یعنی ۵ ہے۔

$$92.5832 = 3.14159 \times 20 = 3.14159 \times 4 \times 2 \times 5 \times 1/2$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۹۲.۵۸۳۲ مربع فیٹ ہے

$$\text{قاعدہ کا رقبہ} = 3.14159 \times 2 \times 2 = 50.2654 \text{ مربع فیٹ}$$

$$\text{اس واسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں} = 50.2654 + 92.5832 = 142.8486$$

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ باسانی مستنبط ہوتا ہے۔

اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دو چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا چوتھ نصف قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ چار چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا
اوس علیٰ ہذا القیاس۔

پس اس نتیجہ کو یوں بیان کر سکتے کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کے رقبہ سے نسبت رکھتا ہے۔

اسی واسطے کہ کل رقبہ برج فیٹ میں $= ۲۵۷۱۲۰ + ۳۱۵۶۱۷ = ۵۷۲۷۳۷$
(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲ مکعبیٹ اور ارتفاع مائل سے چند نصف قطر قاعدہ سے کل سطح
کا رقبہ دریافت کرو۔

اگر قاعدہ کا نصف قطر ۸ ہو تا ہی اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع ۸ فیٹ
موجود ہے ۶۰ کی ہو تا یعنی ارتفاع ۸ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت میں ارتفاع
مائل سے چند نصف قطر قاعدہ ہی تو ارتفاع ۸ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا۔

پس اس افق مثال گذشتہ کے عمل کیسے ہو کہ معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب $= ۲۰۸۳$
اور یہ برابر ۵۷۲۷۳۷ کی ہے اسی واسطے قاعدہ کا نصف قطر جذر الکعب مذکور کا ہے یعنی ۱۸۹۰ اس سے
موجود ہے ۳۳۷ کی کل سطح کا رقبہ ۸ گنا رقبہ قاعدہ سے ۲۷۰۰ ہر برج فیٹ میں ۸ گنا حاصل ہے
۳۵۷۱۲۰ اور برج ۱۸۹۰ کا ہی اور یہ حاصل ضرب ۲۴۷۸۸۸ ہر

اس مثال میں کل سطح مقدار میں نسبت مثال گذشتہ کے کم ہی اور اس بات کے آخرین جو
مثالیں گئی ہیں ان میں ۳۳۷ کی مثالوں کی اور اسی قبیل کی اور مثالوں کی نتائج کو مقابلہ
کرنے سے نفس الامر میں یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اور
جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سے چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر
حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اور کی جب نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل
سے چند نصف قطر سے ہوگا۔

چوتیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مستدیر قائم میں اتنا ذیل معلوم ہیں ان کی سطح مخفی کا رقبہ ربع انچوں میں دریافت کرو
(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۲ فیٹ ۵ انچ
(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۷ انچ
(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ اینچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ اینچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ اینچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ اینچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۲ اینچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ اینچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ اینچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۲ اینچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ اینچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ اینچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ اینچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۲۸۳۲ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم بن استند فیصل فیل معلوم ہوں انکی کل سطح قیمر برع فیٹ مین یافت کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ فیٹ نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعن ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ۱ فیٹ نصف قطر قاعن ۵ اینچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فیٹ ۹ اینچ نصف قطر قاعن ۸ فیٹ ۸ اینچ

(۱۹) ارتفاع ۱۸ اینچ محیط قاعن ۲۷ اینچ

(۲۰) ارتفاع ۲ فیٹ محیط قاعن ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۵۰ مربع اینچ ہے اور محیط قاعن ۵۰ اینچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع اینچ ہے اور محیط قاعن ۶۲ اینچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ مربع فیٹ ہو اور نصف قطر قاعدہ ۵ اینٹ ہو ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہو اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ اینٹ ہو ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵۰ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو۔

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع مائل ۳ اینٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع مائل سہ چہذ نصف قطر قاعدہ سے ہو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع مائل چہ چہذ نصف قطر قاعدہ سے ہو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ اینٹ قطر کا اور ۱۸ اینٹ اونچا بنا نا ہو تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسین کتنا لگے گا۔

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۹ گز قطر کا ۱۰ اینٹ بلند بنا نا ہو اوسین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہو گا۔

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو تو مفصلہ ذیل میں اونکا حجم دریافت کرو۔

(۳۱) ارتفاع مائل دو چہذ نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چہذ نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چہ چہذ نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل بچکنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چہ گنا نصف قطر قاعن سے

ان مثالوں میں جذرا لکھنا لپڑتا ہر

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۱۶۱۳ مکعب انچ ہے صورت مفصلہ ذیل کے اندر کل سطح کار متہ مربع نمونہ میں دریافت کرو۔

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۳۷) ارتفاع دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتویں فصل مخروط مستدیر ناقص کے بیان میں

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح کے دو حصے ہوتے ہیں ایک حصہ میں دو دوسروں کی سطح اور دوسرے حصہ میں سطح خمی

(۳۴۰) فرض کرو اب جن قطاع دائرہ ہوا کے مرکز اور اب سے کم کسی نصف قطر پر ہوا می منحنی کیوجہ سے سطح خمی کو



کاغذا یا صلی کا کٹر کر بنا لو اور اسکو موڑ دیا تاکہ

کنارہ یاب کنارہ ج د کے ساتھ وصل ہو جائے

اب بادی النظر میں معلوم ہوتا ہے کہ ایسی تہلی نمودن شہ بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کی سطح خمی سے بالکل مماثلت کرتی ہو اور ایک سرے کا محیطی منحنی ہوا اور دوسرے سرے کا

محیط ب س د ہوا اور ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا میاب ہے

پس اس سے ثابت ہوا کہ مخروط مستدیر ناقص کی سطح خمی برابر اون دو قطاع دائرہ کی

تفاوت کی ہوتی ہے بکار اویہ مشترک ہوتا ہے اور قوسین قطاع کے مخروطات ناقص کے سر کے محیط ہوتے ہیں اور ان کے نصف قطر و کثافت مخروط ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے پس دفعہ ۱۸۳ کے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے کجانیجے بیان ہوتا ہے۔

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو مائل قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سر و نکلے محیطوں کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط ناقص میں ضرب نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا۔

(۳۴۲) مثالین۔

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۱ انچ اور دوسرے کے نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

انچوں میں محیطوں کا مجموعہ حاصل ضرب ۲۰ اور ۳۰ کے مجموعہ یعنی ۵۰ اور ۳۱۴۱۵۹ کا ہے پس محیطوں کا مجموعہ ۳۱۴۱۵۹ × ۵۰ = ۱۵۷۰۷۹۵۰

$$۱۲۵۶۶۴۲ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۴۰ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۵۰ \times ۸ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۱۶ \times ۲۰$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶۶۴۲ مربع انچ ہے

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے اور دوسرے کے نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہے

$$۳۱۴۱۵۹ \times ۱۰۴ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۸ \times ۱۳ =$$

رقبہ ایک سر کا مربع فیٹ میں = ۳۱۴۱۵۹ × ۲۵ =

اور رقبہ دوسرے سر کا مربع فیٹ میں = ۳۱۴۱۵۹ × ۶۴ = اس معلوم ہوا کہ

۳۱۴۱۵۹ اور مجموعہ ۱۰۴ اور ۶۴ یعنی ۱۶۸ کا حاصل ضرب کل سطح کا رقبہ ہے

$$۴۰۷۵۳۲۸۸ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۱۶۸ =$$

(۳۴۳) دفعہ ۴ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہے کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سروان کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہے جو سطح مخنی کا رقبہ سروان کے رقبون کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہے۔

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالیں بطور شق کے حل کرتے ہیں۔
(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سروان کے نصف قطر ۱۰ اور انچ ہیں اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے سطح مخنی کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ یہ مکمل مخروط مستدیر ناقص کی ایک تراش ہے جو ایک سطح سے حسین محور ہی پر بنی ہو اب یہاں دیکھتے ہیں کہ ارتفاع مائل اس شدت قائم الزاویہ کا وتر ہے جس کا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سروان کے نصف قطرون کا تفاوت ہے۔

اس صورت میں مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے



۱ اور نصف قطرون کا تفاوت ۲ انچ ہے

اس واسطے بوجہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہے

$$\text{اسی واسطے سطح مخنی کا رقبہ کا انچ مربع میں} = 351.14 \times 1.5 \times 5 = 2634.375$$

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سروان کے قطر ۱۲ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہیں اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہے اور اس خارج قسمت کے جوان قطرون کی حاصل ضرب کو ان کے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے سطح مخنی کا رقبہ اور دوسروں کا رقبہ دریافت کرو۔

$$\text{ارتفاع مخروط ناقص فیٹ میں} = \frac{24 \times 12}{12} = 24$$

$$\text{پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے } 41.614 = 24.614$$

$$\text{اور سروان کے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہے اور ۴ کا مربع } 16 =$$

$$16 + 42.614 = 58.614 \text{ اور } 10.8514 \text{ کا جذر } = 3.294 \text{ پس ارتفاع مائل } 41.614 + 3.294 = 44.908$$

$$\text{پس کل سطح مخنی کا رقبہ مربع فٹ میں} = 351.14 \times 2.0 \times 10.8514 = 7536.2528$$

۱۴۱۶ اور ۱۴۱۷ اور ۱۴۱۸ اور ۱۴۱۹ کے مجموعہ کا حاصل ضرب دونوں سرور کا رقبہ ہیونی
 ۱۴۱۶ اور ۱۴۱۷ اور ۱۴۱۸ اور ۱۴۱۹ کا حاصل ضرب ہیونی ۱۴۱۶ اور ۱۴۱۷ اور ۱۴۱۸ اور ۱۴۱۹ سے
 معلوم ہوا کہ دونوں سرور کا رقبہ برابر سطح منحنی کے ہیونی امر استحقاق معلوم ہو گا کہ یہی ہمیشہ صحت
 ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے حاصل ضرب
 کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے۔

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرور کے نصف قطرہ انچ اور انچ ہوں اور ارتفاع مائل ۶ انچ
 اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصوں میں تقسیم کی جائے تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو
 اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہیں۔

دفعہ ۱ کی جوتی مثال میں جس ترکیب استعمال بن لائے تھی اگر اوسی بیان استعمال میں لائیں
 تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو گا اور اسی واسطے ارتفاع مائل جوڑنے مخروط کا ۲۴ انچ
 اب دفعہ ۲ کی طرح عمل کر کے فاصلہ مائل اوس سطح کی اس سطح منحنی مخروط کو دو حصوں میں تقسیم
 کرتی ہو دریافت کرتے ہیں ۲۴ کا مربع ۵۷۶ اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہوا اور ان مربعوں کا نصف مجموعہ ۷۳۸
 ہے اور ۳۰ کا جذر ۵۴۱.۶۶ کے قریب ہے ۲۴ کو اس سے تفریق کرو تو باقی
 ۳۱۶.۶۶ ہے۔

پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳۱۶.۶۶ انچ کے قریب ہوا اور اسی واسطے دوسرے حصہ کا
 ارتفاع مائل ۲۵۸.۳۴ انچ سے کچھ کم ہے

سینٹیوین فصل کی مثالیں

جن مخروطات مستدیر ناقص میں تھا تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی سطح منحنی کو رقبہ دریافت کرو

- (۱) سرور کے محیط ۱۵ انچ اور ۱۷ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ
- (۲) سرور کے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ
- (۳) سرور کے نصف قطرہ ۹ انچ اور ۱۱ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرونگے نصف قطر ۴، ۳ فیٹ اور ۳، ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرونگے نصف قطر ۱۱ اور ۱۲، ۱۱ اور ارتفاع ۱۲، ۱۱

(۶) سرونگے نصف قطر ۴، ۳ فیٹ اور ۳، ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲، ۱۱

(۷) سرونگے نصف قطر ۲، ۱ فیٹ اور ۲، ۱ فیٹ اور ارتفاع ۳، ۳ فیٹ

(۸) سرونگے نصف قطر ۵، ۴ فیٹ اور ۵، ۴ فیٹ اور ارتفاع ۲، ۲ فیٹ

جن مخروطات متدین ناقص کی استقامت تفصیل معلوم ہوں اور ان کے رقبے دریافت کرو۔

(۹) سرونگے محیط ۱۲ اور ۱۲، ۱۲ اور ارتفاع مائل ۱۰، ۱۱

(۱۰) سرونگے محیط ۱۱ اور ۱۲، ۱۲ اور ارتفاع مائل ۹، ۱۱

(۱۱) سرونگے نصف قطر ۲، ۱ فیٹ اور ۲، ۱ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲، ۲ فیٹ

(۱۲) سرونگے نصف قطر ۳، ۳، ۳، ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲، ۲ فیٹ

(۱۳) سرونگے نصف قطر ۱۲ اور ۱۲، ۱۲ اور ارتفاع ۸، ۱۱

(۱۴) سرونگے نصف قطر ۱۲ اور ۱۲، ۱۲ اور ارتفاع ۱۵، ۱۱

جن ناقص مخروطوں میں ارتفاع برابر اوس خارج قسمت کو ہے جو سرونگے قطر کے حاصل ضرب

کو ان کے مجموعہ تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے اور ان میں متدین تفصیل فیل معلوم ہوں اور ان کی

سطح منحنی اور دونوں سرونگے رقبے جدا جدا دریافت کرو۔

(۱۵) سرونگے قطر ۶، ۶ فیٹ اور ۶، ۶ فیٹ

(۱۶) سرونگے قطر ۱۳، ۱۳ فیٹ اور ۱۳، ۱۳ فیٹ

(۱۷) سرونگے قطر ۲۰، ۲۰ فیٹ اور ۱۲، ۱۲ فیٹ

(۱۸) سرونگے قطر ۲، ۲ فیٹ اور ۲، ۲ فیٹ

اور مخروط ناقص کے سرونگے نصف قطر ۵، ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴، ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص

کی سطح منحنی دو برابر حصوں میں تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۰) اگلیت مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا بنایا گیا ہے اور ہر اوپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہے اور مخروط ناقص کے سروں کے قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہے اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے تو بتاؤ اس میں ٹاٹ کتنے مربع گز لگے گا۔

ارتھیون فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کے مربع کو ۳۱۴۱۵۹ میں ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

$$۲۵۲۶۴۹۹۹ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۹ \times ۹$$

پس کرہ کی سطح ۲۵۲۶۴۹۹۹ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳۱۴ فیٹ ہے۔

$$۳۸۶۴۸۴۹ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۳۱۴ \times ۳۱۴$$

پس سطح کا رقبہ ۳۸۶۴۸۴۹ مربع فیٹ کے قریب ہے۔

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سے ہی بیان ہو سکتا ہے۔

قطر کرہ کو اس کے محیط میں ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳۱۴۱۵۹ تقسیم کرو

محیط کرہ سے اس دائرہ کا محیط مراد ہے جس دفعہ ۲۲۳ میں کرہ پیدا ہوتا یعنی دائرہ عظیم کرہ کا

(۳۴۸) دفعہ ۳۴۵ اور ۳۴۷ سے استخراج ہوتا ہے کہ سطح کرہ کا رقبہ اس سطوائے مستدیر کی سطح

مخفی کے رقبہ کے برابر ہے جس کا ارتفاع اور اس کے سروں کے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہوں۔

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سے ہم یہ تناسب عظیم کرتے ہیں کہ سطح کرہ اور نصف قطر کرہ

ماصل ضرب کی تہائی کی برابر کرہ کا حجم ہوتا ہے۔

(۳۵۰) مخروط مستدیر اور مخروط مصلع کے حجم دریافت کرنے کے ساتھ ساتھ قاعدہ کو بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہے فرض کرو کہ کرہ کا مرکز تو ہی سطح کرہ پر نہیں نقطہ بہت قریب قریب
 اور قری اور فرض کریں اور کرہ کی ایسا ٹکڑا جدا کریں کہ جسکو سطح عروق اور قری اور
 روع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اونکے درمیان آتا ہے گمیرتی ہیں تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط معلوم
 سے ہوگا اور ہم کو بہت جلد یقین ہوگا کہ اس ٹکڑے کا حجم برابر ہے ایک تنائی حاصل ضرب
 نصف قطر اور کرہ کے اوس حصہ سطح کے جو اون سطحوں کے درمیان واقع ہوا ہے۔
 پس کرہ کو ایسے ایسے بیشمار حصوں میں تقسیم ہوا ہو خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹ کا نتیجہ جلد
 نکل آئیگا ان میں اور دفعہ ۷۷ کے بیان میں طالب علم کو شابت تمامہ معلوم ہوگی
 (۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیمہ یہ ہے کہ تمام معلمات میں جو حجم معینہ رکھتے ہوں اوسکی سطح کا رقبہ بنا
 کم ہوتا ہے اور تمام معلمات میں جو سطح معینہ رکھتے ہوں کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس
 باب کے اخیر میں جو مثالیں ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی اونسے طالب علم اس خاصیت کو
 ثابت کر سکتا ہے۔

(۳۵۲) اب بطور شق کے چند مثالیں ہم حل کرتے ہیں
 (۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہے کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو
 قطر کی مربع اور ۱۴۱۶ اور ۳۰ کا حاصل ضرب برابر ۲۰۰ کے ہے

اسیواسطے قطر کا مربع = $\frac{200}{30} = 6.666$ اور اس عدد کا جذر ۲.۵۷۷۴۱۹ ہے۔

پس قطر ۲.۵۷۷۴۱۹ انچ کے قریب ہے۔
 پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم کعب میں

$$= \frac{1}{6} \times 200 \times \frac{1}{2} \times 2.577419 = 245.944$$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ کعب انچ ہے اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

م بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا کعب = $\frac{1000}{6} = 166.666$

اسیواسطے کرہ کا قطر انچوں میں اس عدد کا جذر کعب ہے اور وہ ۵.۰۷۷۴۱۹ ہے

پس بموجب فقہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۶۸۳۳۰۹ مربع انچ کے قریب حاصل ہوگا

اثر تیسویں فصل کی مثالین

جن کروں میں اسناد و تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲۵ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴۰ فٹ (۶) محیط ۲۰ فٹ

جن کروں کی سطوح کے رقبے تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع فٹ (۹) ۵۰ مربع فٹ

اون کروں کے حجم دریافت کرو جسکی سطوح کے رقبے تفصیل ذیل معلوم ہوں۔

(۱۰) ۲۰ مربع فٹ (۱۱) ۵۰ مربع فٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فٹ

(۱۳) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا قبا اوس قبا دائرہ کے برابر ہو جسکا قطر ۴۰ فٹ ہو

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا

قطر ۴۰ فٹ ہو۔

(۱۵) اسطوانہ ۵ فٹ لمبا اور ۲ فٹ قطر کا ہو اور نصف کرے اور اسکے برے سرے پر لگائی

اکی بین تو کل سطح دریافت کرو۔

(۱۶) اسطوانہ متدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہو اور کرہ کی سطح

برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہو جسکی کا حجم دریافت کرو۔

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس کعب کی سطح کے ہو جسکا طول ایک فٹ ہو جسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ متدیر کی سطح کے ہو جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو

اور ارتفاع دو فٹ ہو جسکا حجم دریافت کرو۔

ان نیچے کی مثالوں میں مندر الکعب نکالا جائے گا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم اوس مکعب کے برابر ہو جس کا طول ایک فٹ ہو تو ہر ایک کی سطح دریافت کرو۔
 (۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس سطوانہ سندری کی ہو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو اور ارتفاع ۲ فٹ
 ہر ایک کی سطح دریافت کرو۔

اوتالیسویں فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح میں دو مدور سروں کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جسکو سطح منحنی کہتے ہیں۔

قطعہ کرہ کی سطح میں قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جسکو سطح منحنی کہتے ہیں۔

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع میں ضرب دو۔

(۳۵۵) مثالین۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

$$۳۳۹۵۲۹۲۸ = ۳۶۱۴۱۴ \times ۱۸ \times ۶$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹۵۲۹۲۸ مربع انچ کے قریب ہو۔

(۲) منطقہ کرہ کے سروں کا حاصل ضرب ۲ فٹ اور ۲ فٹ ہو اور دونوں سروں کے ایک ہی جانب

میں واقع ہیں اور کرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹ

$$۳۶۱۴۱۴ \times ۲۸ = ۳۶۱۴۱۴ \times ۱۲ \times ۲ =$$

بوجیب دفعہ ۸۹ کے ایک سروں کے نصف قطر کا مربع

$$۴۵ = ۵ \times ۹ =$$

اور دو سروں کے نصف قطر کا مربع = ۳۳ = ۳ × ۱۱ =

اور دونوں سروں کا رقبہ مربع فٹ میں = ۳۶۱۴۱۴ × ۶۸ =

اسی واسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

$$۳۳۳۶۰۰۹۶ = ۳۶۱۴۱۶ \times ۱۰۶ =$$

(۳۹۶) دفعات ۳۲۰ اور ۳۵ سے ظاہر ہوتا ہے کہ منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی اوسں سطواتہ متدبیر کی سطح منحنی کی برابر ہوتی ہے جکا ارتفاع برابر قطعہ یا منطقہ کرہ کے ارتفاع کے ہوا اور اسکے سرورنگا قطر کرہ کے قطر کی برابر ہو۔

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہے اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مزولین دفعہ ۳۲۰ دیکھو۔

(۳۵۷) اب چند مثالین حل کرتے ہیں۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع، انچ ۱۰ اور کرہ کا محیط ۶۲ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

$$۴۲۸ = ۶۲ \times ۷ =$$

اور کرہ کا قطر $\frac{۶۲}{۳.۱۴۱۶}$ انچ ہے اسی واسطے سطح بوجہ دفعہ ۹ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یون حاصل ہوگا ۷ مین سے $\frac{۶۲}{۳.۱۴۱۶}$ کو تفریق کریں۔

اور حاصل تفریق کو ۷ مین ضرب دیں تو $\frac{۶۲ \times ۷}{۳.۱۴۱۶} = ۱۳۹$ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ حاصل اور $\frac{۶۲ \times ۷}{۳.۱۴۱۶}$ کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

اسی واسطے وہ $۶۲ \times ۷ = ۴۲۸$ یعنی $۳۶۱۴۱۶ \times ۲۹ = ۱۰۳۵۹۳۸۴$

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

$$۳۶۱۴۱۶ \times ۲۹ = ۱۰۳۵۹۳۸۴$$

$$۱۰۳۵۹۳۸۴ = ۱۰۳۵۹۳۸۴$$

یعنی

$$۷۲۶۰۹۶۴$$

یعنی

جس کیسے ہم نے یہ سوال حل کیا ہے اور مین ایسا تکلف ہے کہ متدبیر کی شکل معلوم ہوگا مگر طالب علم کو اس پر توجہ کرنی پڑے۔ غور کریں اس سے یہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے اس

قاعدہ کو قائم کیا ہو کر قطعہ کی سطح منحنی اوس ارہ سے جبکہ نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو جبکہ ریزا یہ ہوتی ہو اوس بایونی کا دو چند برابر ہوتا ہو قطعہ کرہ کی کل سطح کے (۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کی برابر ہو جبکہ ارتفاع ۱۳ انچ اور ۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کی کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچوں میں

$$۳۲۸ = ۸۲ \times ۴ =$$

موجب فہم ۸۹ منطقہ ایک سے کرہ نصف قطر کا مربع $\frac{۸۲}{۳۵۱۴۱۹}$ میں سے ۹ کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہو پس $\frac{۸۲ \times ۹}{۳۵۱۴۱۹} = ۸۱$ اس منطقہ کے سرے کا رقبہ انچ مربعوں میں حاصل ضرب اس حاصل اور ۳۵۱۴۱۹ کا ہے

ایسا واسطے وہ $۸۲ \times ۹ - ۳۵۱۴۱۹ \times ۸۱$ ہو

اسی طرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچوں میں $۸۲ \times ۱۳ - ۳۵۱۴۱۹ \times ۱۴۹$ ہو گا

اس سے معلوم ہوتا ہو کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

۸۲×۹ اور ۸۲×۱۳ کی مجموعہ منحنی ۳۵۱۴۱۹×۸۱ اور ۳۵۱۴۱۹×۱۴۹ کے مجموعہ کے

یعنی $۸۲ \times ۱۳ \times ۲ - ۳۵۱۴۱۹ \times ۲۵۰$ کے

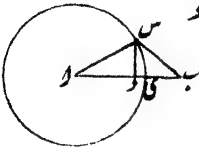
پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۹۹ مربع انچ کے قریب ہو

اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہو کہ جسے یہ قاعدہ قائم کیا ہو کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا تفاوت خیال کر کے اوسکی کل سطح کا رقبہ اس طرح دریافت کیا ہو کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دو چند رقبہ میں سے اون دو دائروں کے رقبے تفریق کئے ہیں جنکی نظر قطعات کے ارتفاع معلوم ہیں -

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ اینٹ اور مرکز سے ۵ اینٹ کے فاصلہ پر ایک ایک نقطہ لیا اوسی کرہ کی ماس خطوط تقسیم کی ہیں پس اس طرح سے جو قطعہ کرہ شخص ہو اوسکی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز آری اور ب وہ نقطہ جس سے خطوط مستقیم کرہ کو مس کرتے ہوئے کیچے ہیں اور ب سے خطوط من
سے ایک خط مستقیم ہو جو اس سے نقطہ س پر آتا ہو اس و عمود اب پر نکالو



اور آری وہ نقطہ جس جہاں اب کرہ کو قطع کرتا ہو تو

جس قطعہ کہ کی سطح منحنی کا قسبہ ہو دریافت کرنا ہو

وہ وہ قطعہ ہے جس کا ارتفاع دسی ہے اب ہم دسی کا طول دریافت کرتے ہیں سب طولوں کو فٹ

مین تعبیر کرو

$$اب = ۱۵ \text{ اور } اس = ۱۲ = دی$$

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۶ کے ب س = ۹ اور بموجب دفعہ ۱۵ کے اد = $\frac{۳۶}{۵} = ۷.۲$

بموجب دفعہ ۶۰ کے ۱۴۴ - ۵۱۶۸۲ کا جذر آدھو

یعنی ۲۱۶۱۴ کا جذر ہے اور جذر ۶۷۹ نکلتا ہے

ہم اس نتیجہ کو ثابہ مثلثوں سے آسانی حاصل کرتے ہیں کہ بموجب دفعہ ۳۷ کے

$$ب : ا : اس :: اس : اد$$

$$\text{یعنی } ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : اد$$

$$\text{اسی واسطے } اد = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۵} = ۲۸.۸$$

$$\text{پس دی} = ۱۲ = ۲۸.۸ - ۱۶.۸ = ۱۲$$

$$۱۴۰۶۵۵۹۱۶ = ۳۶۳۱۱۲ \times ۱۲ \times ۲۸۸۶۴ =$$

اگر آئندہ کو ب پر کو تو ہو اتنا ہی قطعہ کہ کا معلوم ہوگا جس کا قسبہ ہم نے دریافت کیا ہے دیکھ

پس اگر ہم کو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آئندہ رکھیں تو کس قدر کہ کا حصہ ہوگا دیکھائی

تو دسی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کہ کو نسب نما بنا کر کسر بنائیں تو اس کسر کے

موافق دیکھا دیکھا۔

مثال مذکور میں کسر $\frac{۲۵}{۳۰}$ یعنی $\frac{۵}{۶}$ ہوگی اوتسا کیسون فصل کی مثالیں

جن قطعات کو کہ ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی سطح مخنی کے رقبے دریافت کرو۔

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۸۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲۰ انچ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۴ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۳۲۵ فیٹ

جن قطعات کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۲ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۸ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعہ کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی تفاوت کے جو سطقی پیدا ہوتے ہوں انکی کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۶ انچ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۲۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵۰ انچ اور ارتفاع ۳ انچ اور ۷ انچ

جن سطحوں کی ابتدا تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۱۳) کرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ اور کسے نقطہ کے سرنگا فاصلہ مقابل جانو نہیں ۳ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۴) کرہ کا نصف قطر ۱۱ انچ اور نقطہ کے سرنگا فاصلہ کسے ایک ہی جانب میں ۵ انچ اور ۹ انچ

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۳ فیٹ ہے اور نقطہ کرہ کے مرکز کے فاصلہ مرکز سے مقابل جانبوں میں ۳۳ فیٹ
(۱۶) کرہ کا محیط ۹۰ انچ ہے اور نقطہ کے مرکز کے فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب میں ۹۰ انچ ہیں۔
(۱۷) کرہ کا قطر ۹۰ فیٹ اگر مرکز سے ۳۳ فیٹ کے فاصلہ پر آئندہ لگا کر دیکھیں تو کرہ کی سطح کا کونسا
حصہ دکھائی دے گا۔

(۱۸) کرہ کا قطر ۹۰ فیٹ ہے اگر سطح کرہ سے ۳۳ فیٹ کے فاصلہ پر آئندہ لگا کر دیکھیں تو بتاؤ کرہ کا
کونسا حصہ دکھائی دے گا۔

(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح پر کس فاصلہ پر آئندہ لگائیں کہ کرہ کا ایک سولہواں حصہ دکھائی دے۔
(۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آئندہ لگائیں کہ کرہ کا ایک آٹواں حصہ دکھائی دے۔

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسویں فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار میں جو قواعد مساحت کا کام پر آیا ہو گا ذکر کیا یہ فصل میں ہے
کیا کہ مکانوں کے فرشوں کا حساب طرح کرتے ہیں یو روپ جو کاغذ لگاتے ہیں اور ان کا اندازہ کیونکر کرتا
ہے اور اس کے کاری اور رنگائی وغیرہ کی کیونکر نسبت ہوتی ہے غرض اسی حسابوں میں علم مساحت
اور اصول مساحت واقفیت ضروری ہے۔

اس باب کے آخر میں ہم اور مثالیں اسی قبیل کی لکھینگے

(۳۵۹) سوا اسکے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کے بعض ضروری کاموں میں
کام آتے ہیں اور ان کا جاننا کارگر و فکری اصطلاحات جاننے پر موقوف ہے اور ان کے قاعدے جدا
ہوتے ہیں اور مختصی قواعد کا رواج ایسا پڑ گیا ہے کہ وہ بدل نہیں سکتا اور
قواعد کے موافق حساب کرنا ایک دستور نہر گیا ہے ہم ان تین بانوں میں انہیں
باتوں کا ذکر کریں گے۔

چالیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک کمرہ ۴۴ فٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ بلند ہو اگر ڈیڑھ آنہ فی فٹ رنگوالی میں اس کے صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگے گی۔

(۲) ایک کمرہ ۴۴ فٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ بلند ہو اسکی چاروں دیواروں کی رنگوالی میں ڈیڑھ روپیہ مربع فٹ کے حساب کیا لاگت لگے گی۔

(۳) ایک کمرہ ۴۴ فٹ ۱۰ انچ طول میں ۱۴ فٹ ۸ انچ عرض میں اور ۱۱ فٹ ۹ انچ ارتفاع میں ہے تو اسکی چاروں دیواروں کی رنگوالی دو روپیہ مربع فٹ کے حساب کیا ہوگی۔

(۴) ایک کمرہ ۴۴ فٹ ۱۰ انچ طول میں ۱۴ فٹ عرض میں اور ۱۲ فٹ ۴ انچ ارتفاع میں ہو تو مربع فٹ کے حساب چاروں دیواروں کی رنگوالی کیا ہوگی۔

(۵) ایک کمرہ کا طول ۱۶ گز ۳ انچ اور عرض ۱۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۱۴ گز ۹ انچ ہو تو اسکی دیواروں پر گز بہ عرض کا اور گز کا کاغذ کتنا لگے گا۔

(۶) ایک صندوق کعبی اور سیسہ کی چاروں منڈ بہا ہو اور ایک مربع فٹ میں ۳۴ سیسہ لگا ہو اور اس حساب کل صندوق میں ۲۹۴ سیسہ لگا ہو تو صندوق کا طول و عرض دریافت کرو۔

(۷) ایک طرف ۱۲ فٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۹ انچ لمبا ہو اس کے اطراف اور زمین سیسہ کی چاروں منڈ لگائی گئی ہیں اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیسہ خرید کیا ہو اور وہ ایک مربع فٹ میں ۳۴ سیسہ لگتا ہو تو بتاؤ اس طرف میں کیا لاگت لگے گی۔

(۸) ایک طرف اوپر کی طرف سے کھلا ہو اور وہ سیسہ کی چاروں منڈ بنایا گیا ہو اور ایک مربع فٹ چاروں وزن ۳۴ سیسہ ہو اور وہ طرف ۱۱ فٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۲ فٹ ۴ انچ چوڑا ہے اور ۴۴ کعبی کی اوپرین سمائی ہو تو سیسہ وزن دریافت کرو۔

(۹) ایک صندوق ڈھکنے سمیت ۱۱ انچ موٹے تختے کا بنایا گیا ہو اگر استاد بیرونی اسکی ۱۲ فٹ ۹ انچ اور ۱۱ فٹ ۹ انچ ہوں تو بتاؤ اس کے بنانے میں کتنے مربع فٹ تختے لگائے۔

(۱۰) ایک ہوا چیت ۴ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۱۲ فیٹ ۲ انچ چوڑی ہو اگر اس پر سیرسہ کی چادر بن کر
سولہوین انچ کے برابر ہوئی چھائین اور ایک کھ بچہ سیرسہ کا وزن ۱۰ پاؤنڈ اور ایک پونڈ کی
قیمت ۱۰ پین ہو تو بنا اس چیت میں کیا لاگت لگی۔

(۱۱) ایک گول کمرہ ۱۰ فیٹ اوچا اور ۱۰ فیٹ قطر کا ہو تو اسکی دیواروں کی رنگوائی بحساب
۱۰ پائے گز کے کیا ہوگی۔

(۱۲) ایک مینار مخروطی شکل کا ہو اسکے قاعدہ کا محیط ۴۴ فیٹ اور ارتفاع ۱۰۰ فیٹ ہو
تو اسکی رنگوائی میں ۱۰ پائے مہر گز کے حساب کیا لاگت لگے گی۔

(۱۳) ایک پیالہ ۱۲ فیٹ ۲ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہو تو اسکی گھٹ کرانی ۱۰ پائے مہر گز کے
حساب سے کیا ہوگی۔

(۱۴) ایک گول کمرہ ہوا اسکی عودی دیوار بن ۱۰ فیٹ بلند ہیں اور کمرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہو
اسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہو تو ۱۰ فیٹ مربع فیت کے حساب اسکی
استرکاری میں کیا لگے گا۔

(۱۵) الاس گنبد گرد و جانہ دیواروں کے ملتا ہر نجیرہ آنہ فٹ کی لگائیں عرض نجیرہ کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک معین متیل ہے اور ۱۰ فیٹ لمبا اور ۱۰ فیٹ چوڑا ہو اسکے طول میں سترہ فیٹ چوڑا
بنا ہوا ہو اس رستہ پر تہہ کا فرش بچا ہوا ہو میں ۱۰ روپیہ پر ایک مربع گز پر لاگت لگی
ہو اور باقی جگہ کے فرش میں ۱۰ گز تو بنا وکل کیا لاگت لگی۔

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہوا سہ منزل میں تین دروازہ ہیں در سب نیچے کی منزل کے دروازے کا
ارتفاع ۱۰ فیٹ ہو اور سب کی منزل کے دروازہ کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہو اور سب کی منزل کا تعلق
۱۰ فیٹ ہو اور عرض سب ۱۰ فیٹ ہو اگر ان دروازوں میں شبٹے لگائیں اور ۱۰ مربع فیٹ
خرج کریں تو کیا لاگت لگے گی۔

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہو ۱۰ فیٹ ۱۰ فیٹ دیواروں کے درمیان واقع ہے اور ۱۰ فیٹ

۳۱) ایک سے فیٹ جبکہ پریٹیر بیان ملی ہوئی ہیں تو بتاؤ کتنی برہ فیٹ فرش اور اسکے واسطے درکار سبوتا
 ۱۵) ایک مکعب ۱۲ فیٹ لمبا اور ۴ فیٹ چوڑا اور ۴ فیٹ اونچ بلندی والا کسی دیوار ونمبر ۳۱ انچ چوڑا اور ۱۱
 گز کا کاغذ کتنے کالے گا ان دیواروں میں دو دروازے ہیں ہر ایک ۶ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہی
 اور ایک آئندہ ۶ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ چار ایک دروازہ ۱۲ فیٹ سے ۵ فیٹ ۷ انچ ہے
 ان سب کو منہا کر کے حساب لگاؤ۔

۳۲) ایک صحن مربع ۳۶ فیٹ لمبا ہی اور اسکے وسط میں ایک چمن دروازہ ۱۲ فیٹ قطر کا ہی اور
 تین طرف لکھ کے ۴ فیٹ چوڑی کیاری پہولوں کی ہے تو بتاؤ اگر باقی حکم میں ہر وسیعہ گز
 فرش کرانین تو کیا لاگت لگے گی۔

اکتالیسویں فصل کارگیروں کا کام

۳۳) کارگیر اپنا اپنا حساب جدا ہی طرح سے کرتے ہیں ایک گزیانٹ سرکاری اور اسکے پاس
 ہوتا ہی اور اسی واسطے مربع فٹ اور مربع گز قبوٹ کے واسطے پیمانہ اور کعب فٹ اور کعب گز
 جسامتوں کے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہی۔

۳۴) فرش بنانے کا اور استرکاری اور پلاستر اور کسپرٹل اور چسپہ کا کام اور نکلوانی کا کام نجی
 تملو پر موقوف ہوتا ہی اور مربع میں ۱۰ مربع گزیانٹ شامل ہوتے ہیں مثلاً سماعت کے گا کہ
 درویش گز استرکاری کے لوگ کا تو اس سے مراد یہ ہوتی ہے کہ مربع گز کی استرکاری کی اجرت ۵ روپے
 ہونگے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہیں کہ یہ سب حساب فی سیکڑہ ہوتے ہیں
 اور بول چال میں فی گز دنی فٹ بولتے ہیں۔

۳۵) چتین طرح کی ہوتی ہیں ایک چتین تو ایسی ہوتی ہیں جیسے کہ ہمارے مکانوں کی
 بنی ہوئی ہیں دوسری چتین نیچی دار ہوتی ہیں جیسے کہ تنے ریل کے اسٹیشنوں پر رکھی ہوتی
 اور کسپرٹل کی چتین اکثر نیچی دار ہوتی ہیں اب یہ نیچیاں تین طرح کی ہوتی ہیں اور ان کے
 میں ہی طرح سے حساب ہوتے ہیں۔

اول طول ٹہنی کے بازو کا تین چوتھائی عرض مکان سے ہوتا ہے ایسی ٹہنی کا اندازہ اس طرح ہوتا ہے کہ عرض مکان کو ڈیوڑھا کر لیتے ہیں وہی اندازہ چبٹ کا ہوتا ہے۔

دو دم مکان کے عرض کی برابر ٹہنی کے بازو کا طول ہوتا ہے اسلئے چبٹ کا اندازہ مکان کے دو چہرے عرض سے ہوتا ہے۔

سوم ارتفاع ٹہنی کا عرض مکان کے ۲ حصہ کی برابر ہوتا ہے اس صورت میں طول نیچے کی لکڑی کا بلا عرض مکان کا ہوتا ہے اسلئے چبٹ کا اندازہ بلا عرض مکان سے ہوگا۔

(۳۴) ہر قسم کے کارگریوں کے واسطے جدا جدا دستور حساب کے بندہ گئے انکے موافق حساب عمل ہوتا ہے اونہیں کچھ مساحت کے اصول کام میں نہیں آتے اسلئے تفصیل انکے بیان نفیوں سے بطور مشقے نمونہ اخذ و اسے ہم دروازوں کا حساب بطرح کیا کرتے ہیں اور اس کے موافق مزدوری لیتے ہیں اسکو لکھتے ہیں۔

اکثر دروازہ کی ٹھانی کو دو نو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہیں اور جو اس از زیادہ سے طویل اور عرض کی مقدار میں ہوجاتی ہیں انکو ہم ضرب دیتے ہیں اور اصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا کہتے ہیں اگر کوڑا ایک طرف دلہ دار ہوں تو رقبہ کو ڈیوڑھا کر لیتے ہیں اور اگر دو طرف دلہ دار ہوں تو رقبہ کو دو چہرے کر لیتے ہیں۔

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۵ فیٹ ۵ انچ بلند ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ ٹھانا ہو تو ارتفاع ۷ فیٹ ۸ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۳ انچ بنائیگی تو رقبہ مربع فیٹ میں۔

۷ فیٹ ۸ انچ یعنی ۷۴ یعنی ۱۳۲ یعنی ۳۲ مربع فیٹ ہے۔
اب اگر کوڑا ایک طرف دلہ دار ہو تو ۴ مربع فیٹ کی مزدوری دی جائیگی اور اگر دو طرف دلہ دار ہو تو ۸ مربع فیٹ کی اجرت دی جائے گی۔

(۳۵) انجنیر مشینیلہ ٹیٹو کا حساب کمب گز سے کرتے ہیں مگر یہ جو رزمرو کی عمارت میں اینٹ کا کام ہوتا ہے اس کا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اس کا بیان کرتے ہیں

(۳۴۵) اینٹ کی دیوار جبکہ آٹا روڈ ہائیڈرو اسکو آٹا کار سہ کاری اندازہ کتے ہین پس جوائنٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کے مربع گزوں سے کتے ہین جوائنٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہوا روڈ کے مربعوں سے حساب لگا ہین اور ہر ایک روڈ مربع ہین ۲۰۰ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۰۰ مربع فٹ۔

پس ڈوائنٹ کا کام وہ ہوتا ہے جسکی سطح ایک روڈ مربع اور آٹا کار سکو ڈیڑھ اینٹ ہوا اس روڈ کو پانچ عینہ سہ کاری کتے ہین جہاں ہم روڈ پانچ لکین ہان ہی روڈ سمجھنا چاہئے۔

(۳۴۶) ایک دیوار ہین تعداد روڈ کے پانچوں کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۰۰ مربع فٹ تقسیم کرو۔

خارج قیمت روڈ پانچوں کی تعداد ہوگی بشرطیکہ دیوار کا اندازہ عینہ سہ کاری رکھتا ہو اور اگر اندازہ سہ کاری نہ ہو تو خارج قیمت کو آٹا کار کی نصف اینٹوں ہین ضرب واد حاصل ضرب کو سہ تقسیم کرو عمل ہین اکثر ۲۰۰ مربع کی جگہ ۲۰۰ ہ کام ہین لاتے ہین

(۳۴۷) مثال ہین۔

(۱) ایک اینٹ کی دیوار ۱۵ فٹ لمبی اور ۱۰ فٹ بلند اور ۲۰ اینٹ آٹا کار کی ہوا ہین روڈ

$$\text{ہیانے دریافت کرو} = \frac{15 \times 10}{20} = \frac{150}{20} = 7.5 \times \frac{100}{100} = 750$$

پس تعداد روڈ پانچوں کی ۷۵۰ تخمینا ہوگی

(۲) ایک چٹ سلامی کی بنی ہوئی ہوا اور ۱۵ فٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فٹ ہوا اور

آٹا کار ڈوائنٹ کا ہ۔

$$\frac{15 \times 20}{9 \times 2} = \frac{150}{18} = 8.33 \times \frac{100}{100} = 833$$

پس تعداد عینہ گزوں کی ۸۳۳ ہ

(۳۴۸) اکثر اینٹیں ۱۰ اینچ لمبی اور ۱۲ اینچ چوڑی اور ۱۰ اینچ موٹی ہوتی ہین مگر جب نمونہ

چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام ہین ایک اینچ طول اور عرض اور دل مین بڑا

لیتے ہیں پس اسلئے اینٹ کے طول اور عرض اور دل ۹ انچ اور ۲ ۱/۲ انچ اور ۳ انچ خیال کرتے ہیں اور ایک روڈ پچاسین ۵۰۰ اینٹیں بعد روہ کے سنہالی کو لگتی ہیں۔

اکتالیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک دیوار ۲۲ فٹ ۶ انچ لمبی اور ۱۴ فٹ ۸ انچ بلند اور ۲ ۱/۲ اینٹ آثار کی ہے اور یہی روڈ پچانوں کی تعداد دریافت کرو۔

(۲) ایک محراب دار شلشی دیوار بنی ہوئی ہے اور اسکا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲۲ فٹ لمبی اور ۲ فٹ اولتی تک ہے اور ۲۴ فٹ زمین سے چپت کی لگرتک بلند ہے اس میں تعداد روڈ پچانوں کی دریافت کرو۔

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ اینٹ اونچی منڈیر شلشی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۲۴ فٹ بلند اور عرض اسکا ۲۴ فٹ آثار ۲ ۱/۲ اینٹ کا توہ اور یہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اس پر لگے گی۔

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳۰ فٹ لمبی اور ۲۰ فٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک شلشی دیوار ۱۰ فٹ بلند ہے اور ۲۰ فٹ کی بلندی تک دیوار ۲ ۱/۲ اینٹ آثار کی ہے اور ۲۰ فٹ سے ۲۰ فٹ تک ہے اسکا ۱۲ فٹ کا آثار اور شلشی دیوار ۱ ۱/۲ اینٹ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پچانے گز اوہیں ہیں۔

(۵) فرض کرو کہ ڈھائی روپہ ہزار اینٹیں ہیں اور ایک روڈ میں ۵۰۰ اینٹیں لگتی ہیں اور صابچہ وغیرہ میں فی روڈ کتنے لگتا ہے اور مزدوری ڈھائی روپہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۳۶ فٹ لمبی ۱۸ فٹ بلند اور ۲ اینٹ کے آثار کی دیوار میں کیا لاگت لگے گی۔

(۶) ایک مکان کا طول ۲۰ فٹ اور ۳۰ فٹ عرض ہے اور پھر چھ دار چپت قسم اول

کی ملہ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنینگے۔

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۴۰ فٹ ہو اور پشتم دوم کی قہجی دار چیت ۲۱۰ فٹ فی مربع کے حساب سے کتنے بنگی۔

(۸) ایک مکان ۴۰ فٹ طول مین اور ۲۰ فٹ عرض مین سیسے کی چادر رک پٹا ہوا اور چیت قہجی دار ہے اور اسکا ایک پلڑا گیارہ بار ہو مین عرائش مکان سے ہوا وزن سیسے کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہے اور قیمت ۲۱ شلنگ فی ہنڈر ریڈیٹ ہے تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چیت کے اندر لگے گی۔

(۹) ایک اوٹ ۲۵ فٹ ۵ انچ سے ۸ فٹ ۲ انچ ہے اسکی قیمت ۶ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۰ فٹ ۴۰ فٹ ہے اور اسکے فرش کی لاگت ۶ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی اور اس مین دو آتش دان مین اور ہر ایک ۵ فٹ سے ۴ فٹ ہے اور انکو فرش کے حساب سے مین نہ لگاؤ۔

(۱۱) ایک کمر ۲۲ فٹ ۶ انچ طول مین اور ۱۲ فٹ بلند ہے اور اسکے کچ کرنے مین ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب کیا لاگت لگے گی۔

(۱۲) ایک مکان کی چیت کا طول ۵۰ فٹ اور طول اس رستی کا جو اولتی سے اولتی پہنچتی ہے ۶۰ فٹ ہے تو قیمت چیت کی ۲۲ روپیہ ۱۲ رکی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۳) ایک باغ کی چوڑا ۱۰ فٹ لمبی اور ۵ فٹ بلند ہے اور ایک اینٹ کا آٹا ۸ روپیہ ۵ استون مین ہر ایک استون ۱۰ فٹ چوڑا ہے اور اسکا ۱۰ اینٹ کا ہے اور مین پیمانے گزوں کے تعداد کے دریافت کرو۔

(۱۴) ایک کمر ۲۰ فٹ طول اور ۱۰ فٹ عرض اور ۱۲ فٹ بلند ہے ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اسکی کچرانی اور ۱۲ فی مربع گز کے حساب سے اسکی چیت کی ہوائی دیباقت کرو۔

(۱۵) ایک کمر ۲۸ فٹ سے ۱۶ فٹ اور دوسرے کمر ۲۴ فٹ سے ۱۵ فٹ ۶ انچ بڑے کے فریم میں بنوائی ہو رہی ہے فی مربع کے حساب دریافت کرو۔

(۱۶) ایک کمر ۲۵ فٹ لمبا اور ۱۲ فٹ چوڑا اور ۱۲ فٹ بلند ہے اور دیوار پر تین رنگ پیرا ہے اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع فٹ لکڑی کا دیا گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت آئین لگے گی۔

بیالیہوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل دن مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتھے باب میں کیا گیا ہے تو اسکی پیمائش اس قاعدہ کے مخصوص محاسبہ سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہ ہو تو دفعہ ۳۶۷ کے موافق مساوی الابعاد تراشوں کی وساطت سے اسکی جسامت دریافت کر سکتے ہیں و صورتیں ایسی کثیر الوقوع ہیں انکے واسطے قاعدے مقرر کئے گئے ہیں گو وہ صحیح نہیں مگر ایسی آسان اور سادہ ہیں کہ محاسبین انکے برتنے کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل میں لکھے جاتے ہیں۔

(۳۷۰) چوکوئی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول میں ضرب دو تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی۔

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کے عرض حقیقی کو ناپو اور ان کے ضوں کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو حاصل اوسط عرض ہوگا اور اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے۔

(۳۷۱) مثالین۔

(۱) ایک لکڑی کا طول ۲۴ فٹ ہے اور اوسط عرض ۱۶ انچ اور اوسط موٹائی کا ۱۴ انچ

$$۲۴ \times ۱۶ \times \frac{۱}{۲} = ۱۹۲$$

پس ہیکو حجم ۱۹۲ مکعب فٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک لکڑی کا طول ۱۶ فٹ ہے اور موٹائی اسکی سر پر ۱۴ انچ ہے اور دوسرے

سرے پرانٹ ۱۰ انچ اور عرض ۲ فٹ ۲
اب سوٹائی متوسط میں ۱ اور ۱/۲ کا نصف مجموعہ یعنی ۱ ۱/۲ ہوگا

$$۲۴ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۳۳}{۳} = \frac{۱}{۳} \times ۲ \times \frac{۱}{۳} \times ۱۴$$

پس حجم ۲۴ مکعب فٹ ہے۔

(۳۷۲) اگر کڑی کا دو دم ایک سرے سے دوسرے تک نکال کر اوسکے وسط کا عرض اوسط
عرض کی جگہ لیتے ہیں کیونکہ جو عرض پہنچ جہ میں ہو گا وہی ہوگا جو سرے کے عرض کا اوسط
کمانے سے ہوتا اور وسط پر سوٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہے لیکن اس صورت میں کڑی مجسم ذوزنقہ
تو بموجب عدد ذوقہ ۲۸۳ کے ہم اوسکا حجم ٹھیک دریافت کر سکتے ہیں مگر قاعدہ جس کے حجم
تخمینا نکلتا ہے اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے +

اگر دوسری مثال میں ذوقہ ۳ کی سوٹائی کا دو دم ہوتی جائے اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے
بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت میں کڑی منشور کی صورت ہوگی اور سرے اوسکے ذوزنقہ
ہونگے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت میں ہوگی کہ سوٹائی
تساوی ہی رہے مگر عرض برابر کا دو دم ہوتا جائے۔

(۳۷۳) ایک گول لکڑی کا ایسی لکڑی کا جو کھوٹی نہو حجم دریافت کرو۔
قاعدہ اوسط گردہ کی چوتھائی کے مجذور کو طول میں ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا۔
(۳۷۴) مثالیں۔

(۱) ایک لکڑی جو چوکھوٹی نہیں ہے اوسکا گردہ ۲ فٹ ۲ اور اوسکا طول ۳ فٹ ۲ گردہ کی چوتھائی
۲ فٹ ہے اور ۲/۳ کا مجذور ۴/۹ ہے اور ۴/۹ × ۳۲ = ۲ پس حجم ۲ مکعب فٹ
حاصل ہوگا۔

(۲) ایک کڑی جو چوکھوٹی نہیں ہے اوسکا گردہ ایک سرے پر ۲ فٹ ہے اور دوسرے سرے
پر ۲ فٹ اور طول اوسکا ۲۴ فٹ ہے۔

اب یہاں اوسط گروہ کا $۶+۵$ اور اسے اوسط اور گروہ کی چوتھائی $\frac{1}{4}$ ہوگا اور

اور $\frac{1}{8}$ کا مبالغہ $\frac{1}{4}$ ہے

$$\frac{1}{8} \times ۲۵ = \frac{۲۵}{8} = \frac{۳ \times ۸ + ۱}{۸} = ۳ \frac{۱}{۸}$$

پس $۳ \frac{۱}{۸}$ تکعب فیث حجم مطلوب ہے۔

سکتے

(۳۷۵) اگر اگر کسی ہینیت بعینہ اسطوانہ ہو تو اس کا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴ کے دریافت کر

ہیں۔ یہ کو یہ معلوم ہے کہ اگر اگر کسی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۷ کے قاعدہ سے اس کے حجم

دریافت کرنے میں اصل حجم سے اس کی پوری تین چوتھائی سے کچھ زیادہ نتیجہ نکلتا ہے شاید یہ

قاعدہ اس سبب بنایا گیا ہے کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہیں تو بہت چھیلنے میں ضائع

جاتی ہے اس کو بھی حساب میں لگایا ہے دفعہ ۳۱ کی آخر مثال دیکھو اگر اسطوانہ مستدیر کی

شکل کی صورت ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہے۔

(۳۷۶) ڈاکٹر ہین صاحب نے دفعہ ۳۷ کے قاعدہ کی جگہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہے کہ اوسط گروہ کی

ایک پانچویں کو دو چیز طول میں ضرب و ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم $\frac{1}{5}$ گنا زیادہ اصل حجم سے

بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہے مگر جب لکڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے

بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے۔

(۳۷۷) اگر اگر کسی چوکوی نہ ہو مگر برابر گاؤں ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہوتی جائے

تو وسط کی گروہ کو اوسط گروہ کا شمار کرتے ہیں اور یہ ظاہر ہے کہ اوسط گروہ برابر دونوں سرے کے

گروہ کے نصف مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اگر سرے بعینہ دائرے ہی ہوں اور لکڑی برابر گاؤں دو

ہوتی جائے تو وہ حقیقت میں مخروط مستدیر ہے اس لئے اس کا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷

کے ٹھیک ٹھیک دریافت ہو سکتا ہے تنہا حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی

دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہے۔

بیالیسویں فصل کی مثالیں

جن کڑیوں کی استقامت تفصیل میں معلوم ہیں انہیں کعبہ دریافت کرو۔

(۱) طول ۲۲ فٹ عرض ایک ستر پر ۲ فٹ ۹ انچ اور دوسرے ستر پر ۲ فٹ ۳ انچ موٹائی ایک ستر پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے ستر پر ایک فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۷ فٹ ۷ انچ عرض ۳ فٹ ۱۱ انچ اور موٹائی ایک فٹ

(۳) طول ۳۲ فٹ ۷ انچ عرض ۲ فٹ ۱۱ انچ اور موٹائی ایک فٹ

(۴) طول ۵۶ فٹ اور گز ۵ فٹ

(۵) طول ۳۲ فٹ گز ۵ ایک ستر پر ۱۲ انچ اور دوسرے ستر پر ۳۵ انچ

(۶) طول ۲۴ فٹ اور گز ۵۰ انچ

(۷) ایک کڑی ۳۰ فٹ لمبی ہے اور برابر گاؤں ہوتی ہے اور اسکے عرض اور موٹائی ایک ستر پر

۳۰ انچ اور ۲۴ انچ ہے اور دوسرے ستر پر ۲۴ انچ اور ۱۱ انچ کڑی میں کعبہ موجب قاعدہ دفعہ ۳۰

کے دریافت کرو۔

(۸) اوپر کے سوال کی کڑی میں کعبہ موجب قاعدہ دفعہ ۳۱ کے دریافت کرو

(۹) ایک کڑی ۳۰ فٹ لمبی برابر گاؤں ہوتی ہے ایک ستر اور دوسرے ستر پر ۳۰ فٹ ہے

اور دوسرے ستر پر ۳۰ فٹ ہے اور اسکا محیط ۳۰ فٹ ہے اور میں کعبہ موجب دفعہ ۳۱

کے دریافت کرو۔

(۱۰) اوپر کی کڑی میں کعبہ موجب دفعہ ۳۲ کے دریافت کرو

(۱۱) انہیں مثال کی کڑی میں کعبہ موجب دفعہ ۳۳ کے دریافت کرو

(۱۲) مثال میں کڑی چوکھوٹی بنائی جائے اور ستر اور اسکے آٹھ بڑے ہوں یعنی بڑے ہوں

ممکن ہوں تو یہ کڑی جو چیل چلا کر بنتی ہے اور میں کعبہ موجب دریافت کرو سولہویں

باب کی مثال ۱۵ دیکھو۔

تینتالیسویں فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہے کہ ہم پیوں کے ظروف دریافت کریں یعنی یہ دریافت کریں کہ ان ظروف میں مایعات کی سالمی کثرت ہوگی۔

پیسے مختلف شکل کے بنائے جاتے ہیں اور ان کے ظروف کو تخمینہ کر کے مختلف قاعدہ موافق اور ان کے ہئیت کو بیان ہو کہ میں بعض قاعدہ سے ٹھیک ٹھیک ظرف اور ان کے دریافت ہوتے ہیں اور بعض سے تخمیناً معلوم ہوتے ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک پیڑیہ برابر ناقص مخروط متدیر قاعدہ کے ملانے سے بنتا ہو تو اس کا حجم بالکل ٹھیک ٹھیک جب فہ ۲۶۸ کے دریافت کر سکتے ہیں اور اگر کسی پیسے کی شکل میں کل نکور سے ملتی ہو کر بالکل ایسی ہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سے ہمو تخمیناً حجم اس کا بھی معلوم ہو جائیگا بالکل ٹھیک معلوم ہو۔

(۳۷۹) اگر ایک خاص قاعدہ جس کے ہر قسم کے پیوں کے حجم یا ظرف معلوم ہو سکتے ہیں خواہ وہ کچھ ہی ہئیت ہو اور اس قاعدہ عمل میں بہت فائدہ ہوتا ہو اس کے اندر ہم کو پیسے کے اندرین چیزیں معلوم ہونی چاہئیں ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جبکہ قطر اس کے ہر اور اس کے وسط قطر جبکہ قطر متوسط کہتے ہیں

(۳۸۰) یہ پیسے کی ابتدا ہمیشہ انجون میں بیان ہوتی ہیں۔

(۳۸۱) ایک پیسے کا حجم دریافت کرو۔

قاعدہ قطر متوسط کے مربع کا ۹ گنا اور قطر اس کے مربع کا ۱۵ گنا اور ان قطر کے حاصل ضرب کا ۱۵ گنا اور ان سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیسے کے طول میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳۱۴۱۵۹ میں ضرب دو تو حاصل ضرب کے موافق گیلین اس پیسے میں ہونگے۔

(۳۸۲) مثالین۔

۱) پیسے کا طول ۱۴۰ پچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر اس ۲۵ ہے۔

$$۳۹۹۳۶ = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۹$$

$$۱۴۴۰۰ = ۲۵ \times ۲۵ \times ۲۵$$

$$۱۹۹۶۸ = ۲۴ \times ۳۲ \times ۴۶$$

$$۷۴۳۰۴ = ۱۹۹۶۸ + ۱۲۴۰۰ + ۳۹۹۳۶$$

$$۹۳۶۵۴۶۹ = ۶۰۰۰۰۳۱۴۷۳ \times ۴۶ \times ۴۴۳۰۴$$

پس پیہ کا حجم $\frac{4}{3}$ گیلن ہے

(۲) پیہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر اس ۱۲ ہے

$$۹۹۸۴ = ۱۶ \times ۱۶ \times ۳۹$$

$$۳۶۰۰ = ۱۲ \times ۱۲ \times ۲۵$$

$$۴۹۹۲ = ۱۶ \times ۱۲ \times ۳۶$$

$$۱۸۵۷۶ = ۴۹۹۲ + ۳۶۰۰ + ۹۹۸۴$$

$$۱۱۶۶۹۲۸ = ۶۰۰۰۰۳۱۴۷۳ \times ۴۶ \times ۱۸۵۷۶$$

پس پیہ کا حجم ۱۱ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہو کہ مایعات سے حسب ایک طرف بہا ہوا ہو اسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہو۔ جو حصہ بہا ہوا ہوتا ہو اسکو تر حصہ کہتے ہیں اور جو خالی حصہ ہوتا ہو اسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ صورتیں واقع ہو سکتی ہیں ایک یہ کہ پیہ کپڑا ہوا ہو دوسرے یہ کہ لیٹا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہیں جو مائع ہوا اسکی عمق کو تراچ کہتے ہیں اور جو تراچون اور طول پیون کے انچون میں فرق ہوتا ہو اسکو خشک انچ کہتے ہیں (۳۸۵) ایک کٹے ہوئے پیہ کے حصہ تراچ نصف پیہ کے کم ہی تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچون کے مربع کو قطر متوسط اور قطر اس کے انچون کے فرق میں ضرب دو حاصل ضرب کو طول کے مربع بقیہ کر دو اور اسکو قطر متوسط سے لفریق کرو تو حاصل کو پیہ کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کر سکتے ہیں۔

پس اب قاعدہ وہ رتوجو سطوانہ کی حجم دریافت کرنے میں تیار کرتی ہوا وسط قطر کے برابر کو تراخون
میں ضرب دیا اور حاصل ضرب کو ۲۸۳۲۶ میں اور حاصل ضرب کو گیلن کی تعداد شمار کرو
(۳۸۶) اب کٹے ہوئے پیپے کی اس حصہ تخمینہ کرو جو نصف پیپے زیادہ ہے دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا
استعمال کرو اور تراخون کی جگہ خشک نہ لکھو کام میں لاؤ تو اسے ہمو خشک حصہ معلوم ہوگا اب
اس خشک حصہ کو کل پیپے حجم میں سے تفریق کر دو تو باقی تر حصہ ہوگا۔
(۳۸۷) مثالین۔

(۱) طول پیپے کا ۲۰ انچ ہو اور قطر متوسط ۳۲ ہو اور قطر اس ۲۴ اور تراخون کی تعداد ۱۰ ہے
حصہ ترکو دریافت کرو۔

خشک تراخون کی تعداد ۳۰ ہو اور فرق قطر متوسط اور قطر اس کا ۸ ہے

$$\frac{۵۵}{۴} = \frac{۹}{۴} - ۳۲ \text{ اور } \frac{۹}{۴} = \frac{۱۰ \times ۳۰ \times ۳۲}{۴}$$

پس اوسط قطر ۵۵ حاصل ہوا

$$۲۱۵۲۲۱۵ = ۱۰۰۲۸۳۲۶ \times ۱۰ \times \frac{۵۵}{۴}$$

پس تر حصہ قریب ۲۱۵۲۲۱۵ گیلن کے ہے

(۲) پیپے کا طول ۲۰ انچ ہو اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر اس ۱۲ اور تراخون کی تعداد ۱۵ ہے تر حصہ
دریافت کرو۔

اب اولی خشک حصہ دریافت کر کے ہیں

$$\frac{۵۵}{۴} = \frac{۹}{۴} - ۱۶ \text{ اور } \frac{۹}{۴} = \frac{۲ \times ۱۵ \times ۱۶}{۴}$$

$$\frac{۵۵}{۴} \times \frac{۵۵}{۴} = ۵۰۰۲۸۳۲۶ \times ۵ \times \frac{۵۵}{۴} \text{ کے قریب}$$

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپے کا ۱۱۶۴۹۲۸ ہے اس میں سے ۲۵۴۷۷۷ کو تفریق کرو

تو باقی ۹۰۹۱۵۱ ہے پس حصہ ۹ گیلن کے قریب

(۳۸۸) جولیٹا ہوا پیپے ہوا اسکے حصہ دریافت کر نیکیا قاعدہ قابل طمینان کے ہنن جان سکتا

جو قاعدہ مٹن صاحب نے بیان کیا ہے تو مین پیسہ کو اسطوانہ مانا جاوے گا قاعدہ یہ کہ اول اس قطعہ اترہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیسہ پر ایک سطح عمودی سے ترجمہ میں تراشی جائے اور اس رقبہ کو پیسہ کے طول میں ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۴۴۰۲۴۴۰ سے تقسیم کرو تو حاصل ضرب بقواد گیلین کے حصہ میں ہوگی۔

نوع حاصل ضرب بقدر اولیٰ لین کے حصہ میں ہوگی۔
(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اس طرح پیش کیا کرتے ہیں وہ آبکاری کے ملازم بذریعہ آلات کرتے ہیں
خشب کو گاجنگ و ڈیڈ اڈامی کو گنیل و دگتے ہیں اور ان کے واسطے جلد قاعدہ ہوتے ہیں ان آلات
کو صحیح صحیح حال نہیں دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور مطلب سانی سے ہی
نہیں حاصل ہو سکتا اسلئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب بہتر و ناجہز بیان کرنے سے
ان آلات کا حال ایسا بیان نہیں ہوتا جیسا کہ ان کے معائنہ کرنے سے کیفیت ان کی
مشاہدہ ہوتی ہے۔

تینیتا لیسوین فصل کی مثالیں

جن مینو کی استاد و تفصیل ذیل معلوم ہیں اور انکے حجم دریافت کردہ۔

- طول ۵.۵۲ قطر متوسط ۳.۱۵ قطر رأس ۲.۲۵

- (۲) طول ۵ و ۴ م قطر متوسط ۲ و ۵ قطر ارس ۴ و ۲

- طول ۳۵۰ متر قطر متوسط ۳۲۵۰ قطر اس ۲۶۵۰

- (۴) طول ۵ و ۳ قطر متوسط ۴ و ۲ قطر اس ۲۳

- (د) طول ۴۶، قطر متوسط ۳۰، قطر اس ۲۶

- طول ۵۴۳ قطر متوسط ۳۲۵ قطر اس ۲۶۶

- طول ۴۵ م قطر متوسط ۲ و ۳ قطر اس ۳۶ و ۱

(۱) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۴ قطر اس ۳۰ تراخ ۱۲

- (۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۴ قطر اس ۲۰ تراش ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۲۲ قطر اس ۲۷ ترا پنج ۱۰

(۱۰) طول ۳۰ قطر متوسط ۲۷ قطر اس ۲۳ ترا پنج ۹

(۱۱) طول سپہ کا پہلی مثال میں اور پنج زیادہ ہو اور ثوابت کرو کہ حجم ۲۴ گیلین زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ میں قطر اس ۱۰ اور پنج زیادہ ہو تو ثوابت کرو کہ حجم قریب ۲۴ گیلین کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ میں اور پنج زیادہ ہو تو ثوابت کرو کہ حجم قریب ۲۴ گیلین کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ایک اسد اور مثال دل کا بقدر اور پنج کے زیادہ ہو جا تو ثوابت کرو کہ حجم بقدر

ایک گیلین کے زیادہ ہوگا

ساتواں باب سروینگ یعنی زمین کی پیمائش چوالیسویں فصل جرب کا کام میں لانا

(۱۹۰) زمین کی پیمائش میں بعض قواعد جس کے بہت بکار آمد ہیں ان کا بیان اب ہم کرتے ہیں

(۱۹۱) زمین کی پیمائش جرب سے ہوتی ہے اور یہ جرب میں مختلف طرح کی ہوتی ہیں کہیتونکی پیمائش

میں انگلستان کے اندر گستر ضما کی جرب کا کام میں آتی ہے اور وہ ۲۲ بول یعنی ۲۲ گیلنی ہوتی ہے اور

۲۲ گیلنی ۲۲ گیلنی ۲۲ گیلنی ۲۲ گیلنی ہوتی ہے اور ہندوستان

میں اکثر فیٹ کی جرب استعمال رہا ہے اور وہ ۲۲ گیلنی ہوتی ہے اور ہندوستان

فیٹ کی ہوتی ہے اور یہاں پر ہندوستان کی فیٹ جرب بلکہ ہونیکے سبب استعمال میں لاتے ہیں

اور کہیتونکی ہندوستانی پیمائش میں ۲۲ گیلنی جرب ہوتی ہے اور ہندوستان کے بس حصے ہوتے

ہیں اور یہ حصہ کو گیلٹہ کہتے ہیں اور ہر گیلٹہ میں تین گز ہوتے ہیں۔

(۳۹۲) جندری اوشان کو کہتے ہیں جو زمین میں کسی مقام بتلانے کے واسطے گاڑیں۔

(۳۹۳) فیلڈ بک ایک کتاب ہوتی ہے جس میں پیمائش کے تمام کیفیتیں اور نتائج لکھے جاتے ہیں

اسی قسم کا ہندوستان میں کہیتونکی پیمائش کی واسطے خسر ہوتا ہے۔

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے ہیں کہ خطہ ستفیم کو کس طرح جرب سے پیمائش کرتے ہیں

اول ہم فرض کرتے ہیں کہ خط مستقیم حکمو پائش کرتے ہیں وہ اول وقت طویل کے درمیان کا فاصلہ ہو
جینے ہر ایک پر ایک جہندی لگی ہوئی ہو۔

دس سو زین میں گارٹیک لے لیتے ہیں۔ دو آدمی ایک جرب پائش کرتے ہیں ایک شخص جو جرب
کو آگے گھماتا ہو اور سکو گلا جرب کش کرتے ہیں اور دوسرے کو بچھاؤ۔ یہ دو نو آدمی ایک جہندی پر کڑے
ہوتے ہیں اور گلا جرب کش دس سو زین کو ہاتھ میں لے لے اور جرب ایک سرے کو بیکار دوسری
جہندی کی طرف چلتا ہو اور بچھاؤ آدمی جرب کے دوسرے سرے کو اول جہندی پر کڑے بیٹھا
ہے اور جرب جرب خوب ٹکرا ٹکرا میل جاتی ہو وہاں جرب کش ایک سو گاڑ دیتا ہے تاکہ
مقام جرب کا معلوم ہو کہ یہاں تک پہنچا ہو اور پھر یہ شخص ہاتھ سے جرب کا سر لیکر اوپر طرح چلتا
ہو جرحر پہلے چلا تا اور بچھاؤ آدمی ہی اوس کی کے پاس آتا ہو اور دوسرے جرب کڑے رہتا جب
دوسرا آدمی پوری جرب کو ٹانگہ پہلا تا ہو اور وہاں پھر دوسرے گاڑتا ہو اور پھر بچھاؤ آدمی پہلی
سوئی کو ہاتھ میں لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہو اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہے جب تک
کہ طول مطلوب کی پائش ہوئی ہے۔

جب سونے کو بچھاؤ آدمی کے ہاتھ میں آجائیں تو وہ فیلڈ بک میں لگتا ہو کہ طول دس جرب کا
تاپا گیا ہو اور سونے کے وہ پیرا گلا جرب کش کو دیتا ہو اور پھر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہو اور
دوسری جہندی پر جرب کش پہنچتا ہو تو فیلڈ بک سے معلوم ہوتا ہو کہ کتنی دہائی جرب کی پائش
ہوئی اور کتنی سوئی بچھاؤ آدمی کے ہاتھ میں ہوتی ہیں اوس سے معلوم ہوتا ہو کہ کتنی جرب میں دہائیوں
کے سوا پائش ہوئی ہیں اور جہندی اور آخر سونے کے درمیان کچھ لڑیاں ہوں انکی تعداد
گن لی جاتی ہو پس اس طرح طول معلوم ہو جاتا ہو۔

(۳۹۵) جرب پائش کرنے میں بڑی احتیاط اور خوراری اس باب میں چاہئے کہ جرب سیدھی
کھینچے اور دست نہ بدلے پائش ایک شہد میں چلی جائے احتیاطاً صحت کے واسطے دوبارہ
پائش کیا کرتے ہیں۔ جب اگلا جرب کش سوا گاڑتا ہو تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھتا ہے کہ سوئے اور جندھی کے درمیان خط مستقیم پچھلے جرب کش کے سوئے پر ہے
گزرتا ہے اور ایسے ہی پچھلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہے کہ اس کے سوئے اور دوسرے
جندھی کے درمیان جو خط مستقیم کھینچی جائے وہ اگلے جرب کش کے سوئے پر گزرتا ہے
(۳۹۶) اگر کیت یا قطعہ بین شکل مکتبہ الاملاعی کی صورت ہو تو خام خطوط کا طول در فیت
کر کے بموجب قواعد باب سوم اس کا رقبہ ہم دریافت کر لیتے ہیں۔

(۳۹۷) مثالین۔

۱) مستطیل کیت ۸ جرب ۵ کڑی لبنا اور ۳ جرب ۲۶ کڑی چٹا ہے
۸ جرب ۹۵ کڑی = ۸۵۹۵ اور ۳ جرب ۲۶ کڑی = ۲۶۲۶ جرب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴

۸۵۹۵	۳۶۹۱۷۷
۳۶۲۶	۲
۵۳۷۰	۳۶۷۷۰۸
۱۷۹۰	۲۶۶۸۳۲۰
۲۶۸۵	

کیت کا رقبہ ۱۷۹۱۷۷ کڑی یعنی ۲۶۹۱۷۷۰ ایکڑ اور اعشایہ ایکڑ کو روڈ پول کیطرن
تحویل کرین تو ۲ ایکڑ روڈ پول کے قریب قبه حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو
(۲) اضلاع ایک ترکون کیت کے ۵۲ جرب اور ۵۶ جرب اندر جرب مین
بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

$$۸۵۳ = \frac{1}{2} \times ۱۷۹۱۷۷ + ۱۷۹۱۷۷ = ۱۷۹۱۷۷ + ۵۶۴ + ۵۶۲$$

$$۲۵۳ = ۵۶۲ - ۸۵۳ = ۵۶۴ - ۲۵۸ = ۳۰۶ اور ۳۰۶ - ۸۵۳ = ۵۴۷$$

$$۱۸۰۵۴۳۳۶ اور ۱۸۰۵۴۳۳۶ = ۲۵۳ \times ۲۵۸ \times ۳۶۲ \times ۸۵۳$$

۱۳۵۳۴

پس قبه ۱۳۵۳۴ مربع جرب یعنی ۱۳۵۳۴ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ایک روڈ پول ۱۵۰ پول ہے

(۳۸) ایک گناس کا قطعہ میں بالکل گول ہے اور ۲ جریب ۵ کڑی اوس کا نصف قطر ہے۔

دفعہ ۱۴۸ کے قاعدہ کو کام میں لاتے ہیں


$$195435 = 31314 \times 255 \times 255$$

پس قہ ۱۹۵۴۳۵ مربع جریب یعنی ۱۹۵۴۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۲ روڈ ۱۴ س ۳۲ پول ہے

پنٹا لیون فصل عمود

(۳۹) اشکال متقیمہ الاضلاع قیود ریافت کرنے میں بمکھوضرت اسبات کی پڑتی ہے بعض عمودوں کے طول جو خاص نقطوں کے خاص خطوط متقیمہ پر قائم کئے جائیں معلوم کریں اور جب مقام ایسے عمودوں کا معلوم ہو جا تو طول اور ان کے موافق دفعہ ۳۹ کی پب سلکینے اب ہم ان کے مقامات کے عین کر نکال طریقہ لکھتے ہیں۔

(۳۹۹) ایک متقیم معلوم باہر ایک نقطہ معلوم ہے اور اس کے عمود جو اس خط پر قائم کیا جائے اوس کا مقام دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رب خط متقیم معلوم اور اس سے باہر ایک نقطہ جریب  اس سے باہر ایک نقطہ جریب ایک سٹی دور اور بعض عین موراد اور اسکے چکر مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر گئے اور وہ آدمی اوس کو سر و نکو پکر دو ٹو ٹو نکو تا میں ریانشک کہ خط متقیم رب کے نقاط دار جی پر دوسرے آجائیں اور وہی کا نقطہ وسط دریافت کر کے اس ف ملا و پس س ف عمود مطلوب ہو گا۔

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ میں شروع کر خط متقیم رب کا نشان سارا میں کسی نہ کسی طرح بنایا جائے اور یہ سطح ہو سکتا ہے کہ کوئی رستی یا جریب آ اور رب کو در بیان خوب تا نکر بیلائی جاے یا جہنڈیان تھوڑے تھوڑے فاصلہ پر مت رب پر لگائی جائیں لیکن اگر خط متقیم رب کا سطح نشان نہ کیا جا تو ایک شخص اس سے پرے ہٹ کر دیکھ لے کہ وسیعہ میں آ کے ٹیک ٹیک ہے اور اس سطح پر سے پرے ہٹ کر دیکھ لے کہ جی سیدہ میں ب کے ہر

(۴۰۱) خط متقیم معلوم بین نقطہ معلوم ہر اس سے جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے اور اسکا مقام دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب خط متقیم معلوم ہوا اور نقطہ معلوم اوپر ہے
اب پر نقاط داور ہی ایسی مقرر کر کہ ان داور ہی آپس میں

برابر ہوں اور ایک سی وی سی وی لوار اور اسکے سرونگو
داور ہی پر قائم کرو اور ایک شخص وی سی کو چھین کر کرانے اور فشار دیکھ جیسا سی تھوڑا اور اسکا وسط
اس پر نیچے ٹون سن زاویہ قائم اب پر بنائیگا اور اسطرح یہ خط متقیم مطلوب ہوگا۔

(۴۰۲) پس دیکھ بیان سے معلوم ہوتا ہے کہ سی یا دوسرے ذریعہ عمود مطلوب کا مقام دریافت
ہو سکتا ہے مگر ایک کہ ہوتا ہے اور اسکا نام اس ہر اکثر زمین کے سرو یا دوسرے لہ سے عمود دیکھنے
مقام کو دریافت کیا کرتے ہیں۔

(۴۰۳) کر اس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہے اور انہم اور اسکا قطر ہوتا ہے اور اوپر دو خط بہت متناسق
ایک دوسرے پر زاویے قائمے بناتی ہوئی لکھی ہوتی ہیں اور وہ ایک گول لکڑی کے اوپر
جرا ہوتا ہے اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہے جس سے کہ وہ سیدھا
زمین میں گر سکتا ہے غرض اسکی بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہے۔

(۴۰۴) اب خط متقیم معلوم باہر ایک نقطہ معلوم ہر اس نقطہ سے جو عمود اوس خط پر قائم ہوا اور
مقام بذریعہ کر اس کے دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب خط متقیم معلوم اور نقطہ معلوم اوپر ہے
اور اب اور اس پر چند بیان لکھی کرو اور فقط لفظ کوئی نقطہ

مقام اب پر ایسا تجویز کرو کہ عمود مطلوب اب کو نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو
فرض کرو کہ یہ نقطہ کا جواب دیکر اس کی لکڑی کو گاڑ داور کر اسکی اسطرح کہ وہ ایک نشان اور اسکا
متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت میں دیکھیں۔

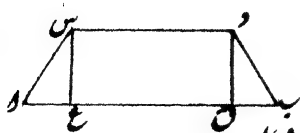
توجہ بندی دیکھائی دے اور اسی نشان پر دوسری سمت میں یکین توجہ بندی ب دیکھائی دے
اب دوسرے نشان کی بند میں جہندی کو دیکھو اگر جہندی اس کی اس نشان کی سیدہ میں
دیکھائی دے تو ر ب اور اس عمود کا اس سے قائم نقطہ محل تقاطع ہوگا اور اگر سیدہ میں مقام
اس نہ دیکھائی دے تو اس کے د میں یا ب میں ملے گا یہاں جہندی کی بند میں وہ نشان
آجائے فری سی آزمائش میں ایک مناسب مقام کر اس کا ایسا درجہ بنایا جائے کہ ایک خط
کی بند میں آدھ جہدیان نظر آئیں اور دوسرے خط کی بند میں جہندی اس دیکھائی دیگی اور
اس مقام کو اس مقام عمود کا جو اس سے ر ب پر نکال جائے دریافت ہوگا
(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم میں نقطہ معلوم ہو اس نقطہ سے اوپر آؤ قائم بناتا ہوا خط
بذریعہ کر اس کے قائم کرو۔

فری نکرو کہ ر ب خط مستقیم معلوم ہو اور نقطہ معلوم ہو
کر اس کا پایہ کو دہر قائم کرو اور کر اس کا ایک خط کو متوازی ر ب کی رکو تو دوسرے نشان کر اس کا
مقام اوپر خط کا معین کر لیا جائے قائم ر ب کے ساتھ بناتا ہو
(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب میں ہم نے اعمال حسا کا بیان کیا ہے اور اسے اوپر طولوں کا
حساب ہوتا ہے جو کہیتوں اور قطعات زمین کے رقبوں کے دریافت کر نہیں مطلوب ہوتی ہیں
اب ہم اس کی بعض مثالیں لکھتے ہیں
(۴۰۷) مثالیں۔

(۱) مثلث کا قاعدہ ۱۳۵۲ جریب در ارتفاع ۳۷۸ جریب ہو

$$۵۴۷۸ = ۸۶۳ \times ۱۳۵۲ \times \frac{1}{2}$$

پس کہیت کا رقبہ ۵۴۷۸ مربع جریب یعنی ۵۴۷۸ ایکڑ یعنی ۵ ایکڑ و ۸۴۷۸ مربع جریب ہے
(۲) ر ب س د جو کون کہیت ہو اور س ع اور د ق عمود ر ب پر ہیں اور کرطیوں
میں یہ خطوط پائش ہوئے ہیں۔



وج = ۱۱۲ اور ق = ۲۳۸ اور ب = ۴۲۶

س = ۲۲۳ اور ق = ۲۹۵

پس اس معلوم ہو کر ق = ۲۳۶ اور ب = ۱۶۸

تو کمیت کے حصوں کے رقبے برابر ہوں گے اور یہ تفصیل ہونے

$$\text{مثلث وج س} = ۲۲۳ \times ۱۱۲ \times \frac{1}{2} = ۱۲۴۸۸$$

$$\text{دور ق ع ق دس} = ۵۱۸ \times ۳۳۶ \times \frac{1}{2} = ۸۶۰۴$$

$$\text{مثلث د ق ب} = ۲۹۵ \times ۱۶۸ \times \frac{1}{2} = ۲۴۲۵۵$$

ان تینوں عددوں کا مجموعہ ۱۵۷۶ ہے پس کمیت کا رقبہ ۱۵۷۶۱۰۲۵۷۶ ایک ہر ہر سے قریب ایک ایک اردو ایک بول کے۔

چیمالیسویں فصل فیلڈکب اور حشر

(۴۰۸) بہت کمیتوں کی پیمائش اس طرح سے ہو جاتی ہے کہ ایک کونے سے دوسرے کونے

تک ایک خط مستقیم کو پیمائش کریں اور کونوں سے جو عمود اوپر واقع ہوں ان کو ناپ لیں اور

خط کو قاعدہ کا خط یا جہی خط کہتے ہیں اور عمودوں کو اوٹ کہتے ہیں اگر قطعہ میں پرچہ ہو

سے بڑا خط کچھ سکتا ہو اس کو قاعدہ کا خط کہتے ہیں اس سے بہت فائدہ حاصل ہوتے ہیں

بعض اوقات قطعات زمین میں ایک ضلع پر قاعدہ کا خط ہوتا ہے جیسا کہ دفعہ ۴۰۸ کی دوسری

مثال میں تمہیں دیکھا ہو گا خطوط کی طو ل پیمائش ہو کر اس طرح فیلڈکب میں مندرج

ہوتی ہیں اس کا حال بیان کرتے ہیں۔

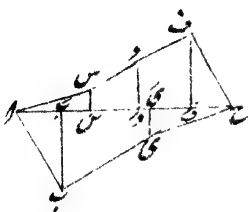
(۴۰۹) فیلڈکب ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانوں میں تقسیم ہوتا ہے اور سرورینہ

مساحہ صفحہ کے نیچے سے اوپر کی طرف لکھتا ہے۔

خانہ وسط میں قاعدہ کا خط طو ل کی پیمائش ہوتی ہے لکھی جاتی ہے اور بائیں

اٹھون کی طو ل لکھی جاتی ہے جو قاعدہ کا خط اور بائیں طرف واقع ہوتے ہیں اور بائیں

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی یعنی ۳۳۴۱۲۵ ایکڑ یعنی ۳۳ ایکڑ روڈ و ۱۳۱۲۵ بچ



ح ک	(۲)
۱۰۲۰	
۴۹۰	
۴۱۰	۵۰ کی طرف
۵۸۵	
۳۲۰	۵۰ کی طرف
۴۴۰	
۳۱۵	
۳۵۰	ب کی طرف

بیابانیش کریون بین لکھین نو قطعات کے رقبے یہ حاصل ہونگے۔

$$\text{مثلث ا ب ب} = ۳۵۰ \times ۳۱۵ \times \frac{1}{2} = ۵۵۱۲۵$$

$$\text{دو رقبہ ب ی ی ب} = ۳۰۰ \times ۲۹۵ \times \frac{1}{2} = ۴۹۰۰۰$$

$$\text{مثلث ی ح ی} = ۵۰ \times ۴۱۰ \times \frac{1}{2} = ۱۰۲۵۰$$

$$\text{مثلث ح ف ف} = ۴۰۰ \times ۳۰ \times \frac{1}{2} = ۶۰۰۰$$

$$\text{دو رقبہ ف ک د ف} = ۲۹۰ \times ۴۰۰ \times \frac{1}{2} = ۵۸۰۰۰$$

$$\text{دو رقبہ د س س د} = ۳۴۰ \times ۱۴۵ \times \frac{1}{2} = ۲۴۲۵۰$$

$$\text{مثلث س ل س} = ۴۰ \times ۴۴۰ \times \frac{1}{2} = ۸۸۰۰$$

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی یعنی ۳۳۴۱۲۵ ایکڑ یعنی ۳۳ ایکڑ روڈ و ۱۳۱۲۵ بچ

(۴۱۱) جری خط سر و کھو شام کہتے ہیں و نیز اکثر فیلمٹ ایکل میں نشان ① ② ③ کا کردہ خطوط جری کے مقامات بلحاظ جنوب مشرق مغرب شمال لکھی جائیں مثلاً ① مشرق مرویہ کہ خط جری شروع ہو کر مشرق کی طرف جاتا ہے اور ایسی زمین ② شمال مغرب کی طرف کہ جری خط دوسرے مقام سے شروع ہو کر اوس سمت میں جاتا ہے کہ ③ دوسرے کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہے بعض اوقات متواتر جری خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ راست کا لکھ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھیں کہ ④ سے چپ پر تو اسے یہ مروا ہے کہ جب ساح دوسرے شام پر پہونچا تو

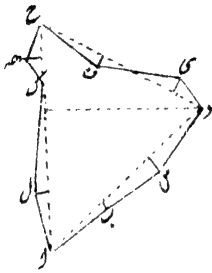
تو وہاں سے بائیں ہاتھ کی طرف مکرر چلا گیا

اگر اونٹ کے خانہ میں صفر ہو تو وہاں یہ سمجھنا چاہئے کہ خط جری ہی ٹیکل اسی مقام پر جریب کی حد کے پہونچتا ہے جسکو پیمائش کرنا منظور ہے۔

(۴۱۲) سلاح اس نظر سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کر سکے لیکن بعض خطوط زائد کے طولوں کی پیمائش کرتا ہی اور انکی ضرورت کچھ قبو کے حساب لگانے میں نہیں پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک کیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اسکے قبے کے دریافت کر سکے لئے فقط چاروں خطوط کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلئے کہ وہ مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہیں انکے قبو کا حساب ان خطوط سے بخوبی ہو جائیگا مگر سرور پر دوسرے قطر کو ہی ضرور نا پچاؤ شکل کا نقشہ چاروں مثلثوں اور قطر کے طولوں سے جو اس نے معلوم کئے ہیں بنائیگا اور دوسرے قطر کچھ کا ادب سے پیمانہ کے موافق اونسے نقشہ اس شکل کا بنایا جائے گا وہ دوسرے قطر کو نا پچاؤ اور امتحان اس بات کا کر لیگا کہ وہ مطابق اس طول کے ہی یا نہیں جو اس نے پیمائش کیا ہے اگر یہ دونوں طول مطابق آپس میں ہوئے تو سلاح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے میں ہوگی یا جیب سے پیمائش کرنے میں پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہئے کہ کہاں رہی اور پھر اسکو دریافت کر کے نقشہ درست کرنا چاہئے۔

اگر قطعہ زمین جسکی پیمائش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسلئے ناپئے جائیں گے جتنے رقبہ اوسکا دریافت ہو جائے اور نقشہ صحیح اس کام کی صحت دریافت کر سکے لئے یہی ضرور ہوگا کہ اول عمود کا طول ہی ناپیں جو ایک اسیہ مقابل کے ضلع پر نکالیں یا اس خط کا طول دریافت کریں جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک پہنچا جائے اور پھر اس طول کا مقابلہ اس طول سے کرنا چاہئے جو نقشہ میں دریافت کیا جائے وہ طول جو نقطہ کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہیں

(۳۴) ایک کیت یا بہت سی کیتوں کی پیمائش میں بہت سی عمل و مبطل کر بن جب طرح دفعہ ۱۰۴ میں عمل کیا ہو یعنی ہر ایک جری خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کیت کی مثال دیتے ہیں اسکی صورت مثلث کو قریب قریب چاروں تین خط جری پیمائش میں کیجئے جائینگے۔



۱	۱۶۵۰
۱۳۰۰	۳۰ ل
۱۳۳۲	۶۲۶ و
۵۰۰	ک
۲۶۰۲۰	حصہ کی طرف

بائیں طرف پہرا

۱	۱۲۰
۸۲۰	ا ف
۶۰۰	
۲۶۰۲۰	سی

بائیں طرف پہرا صفائی کے واسطے اوفٹو کو بہت بڑا کر شکل میں بنایا ہے

۱	۱۵۲۰۰
۹۶۰۳۰	س
۳۰۰۱۰	ب

۱ سے شمال مشرق کی طرف چلو

اضلاع مثلث لوح ۱۵۳۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کرٹیاں ہیں پس اس مثلث کا رقبہ بموجب

۱۵۲ کے ۱۰۱۶۲۰۰ مربع کرٹمی ہے

اب ہم اون چوٹے چوٹے حصوں کے رقبہ کا حساب لگاتے ہیں کہ مثلث کے اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کے درمیان واقع ہیں

اورد پراونٹ ب اور س پر ہیں پس یکجا ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ دریافت کرنا چاہئے پس ان کے رقبہ مربع کر یوں میں تفصیل ذیل ہیں

$$\text{اول مثلث} = 10 \times 300 \times \frac{1}{2} = 1500$$

$$\text{ذوزنقہ} = 20 \times 440 \times \frac{1}{2} = 4400$$

$$\text{دوسرا مثلث} = 30 \times 580 \times \frac{1}{2} = 8700$$

پس کل مجموعہ ۲۳۲۰۰ ہے

اب راج پراکھ وٹ جی پر ہوا اور اند کی طرف اونسٹ ت پر ہو تو دو مثلثوں میں سے دوسرا مثلث تفریق ہونا چاہئے

$$\text{اول مثلث} = 20 \times 400 \times \frac{1}{2} = 4000$$

$$\text{دوسرا مثلث} = 10 \times 820 \times \frac{1}{2} = 4100$$

اب میزان ۸۵۰ زیادہ ہونی چاہئے

اب راج برہہ اول پراونسٹ ہیں اور خط جریبی سے نقطہ ک پر ملتے ہیں پس بیان دو مثلث ہوئے

$$\text{اول مثلث} = 20 \times 500 \times \frac{1}{2} = 5000$$

$$\text{دوسرا مثلث} = 30 \times 1150 \times \frac{1}{2} = 17250$$

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

$$1049900 = 22250 + 4850 + 23200 + 1014200$$

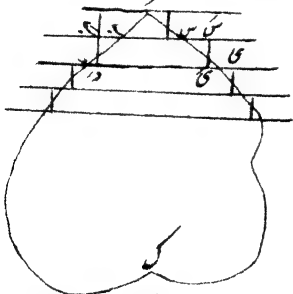
پس کل کمیت کا رقبہ ۱۰۶۴۹۹ ایکڑ ہے

عمود کی پیمائش خط اشبات کے واسطے ہوئی اور ۱۳۳۲ کرٹی ہوا راج و ۲۲۹ کرٹیان (۴۱۴) ایک اور ترکیب بھی سوار فیلڈکب کے ہو چکیو ساج احتساب کرتے ہیں

کہ ایک نقشہ اس کسیت کا بناتے ہیں جسکو پیمائش کرتے ہیں اور جن طولوں کو ناپتے جاتے ہیں اونکے مطابق نقشہ میں خطوں پر اس طول کو لگتے ہیں یہ اکثر دستور بندوبست میں ہوا رہا اس ملک میں ہے۔

(۴۱۵) اب تک جن کسیت کی پیمائش کی ہوا وہی سرحد میں خطوط متعین کی تعداد و مقدار اور ضبط کے ساتھ فرض کی ہو لیکن اگر حدود کی سائیت غیر متعین ہو کہ وہاں کام اور کسے فرض سے نہ چل سکتا ہو تو وہاں دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام میں لانا چاہئے کسیت کا نقشہ بناؤ اور حدود کو ایسا بناؤ کہ مستقیمۃ الاضلاع حد بنائے اور اسکے اندر رقبہ اتنا ہی ہو جتنا کہ پہلی ترکیب میں تھا اب آسان اس اصول کے برتنے کی بیان کرتے ہیں۔

(۴۱۶) فرض کرو کہ اب دو کسیتیں ہیں ایک کسیت نقشہ ہوا اب اس نقشہ پر خط متوازی مساوی



کیچو تو اسی کسیت کے حصے مساوی العرض ہو جائیں گے اب ان حصوں میں سے ایک حصہ بدیسی کو خیال کرو اور خط متعین ب و عمود منقطع متوازیہ پر اسطر سے کیچو کہ رقبہ اس حصہ کا وہی رہے خواہ اس کی حد ب و ہو

خواہ ب و ہو اگر ب و کو خط متعین سمجھو تو یہ اس کے نقطہ وسط پر گذرے گا اور اگر ب و خط متعین نہ ہو تو مقام ب و کا نظریہ ایسا مقرر کرو کہ اوہین شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی س س درہرے سر سے اس حصہ کیچو تو رقبہ بدیسی کا برابر منطیل ب و دیسی کے ہر س س اس طرح سے ایک سلسلہ منطیلوں کا پیدا ہو گا جن کا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہو گا اور ان منطیلوں کا رقبہ آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسلئے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ خط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کیچے گئے ہیں اور مجموعہ تمام منطیل کے طولوں کا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

	(۸)			(۷)	
	۱۰۲			۷۸	
۹	۷۵	۸		۸	۷۳
۴	۴۰	۱۲		۱۳	۳۹
۱۷	۱۲	۷		۴	۲۱
	⊙			⊙	
(۱۰)			(۹)		
	۱۳۰			۱۲۰	
	۱۱۰	۲۲		۱۹	۱۰۰
۲۶	۹۰			۲۶	۸۰
	۵۰	۴۰		۲۷	۴۰
۲۸	۳۰			۲۵	۴۰
	⊙			۱۸	۲۰
				⊙	
(۱۲)			(۱۱)		
	۱۲۹۴			۴۰	۳۸۰
۲۷۰	۱۱۱۲			۴	۲۹۰
۲۲۰	۹۳۰			۴	۱۸۰
۱۸۳	۹۱۲			۴۰	۱۰۰
	۳۹۸	۲۳۵		۴۰	۸۰
	۱۹۰	۴۲		۰	۰
	۳۸	۴۲			
	⊙			⊙	

(۱۳) فیلڈبک مین کمیت اربس کا حال تفصیل ذیل لکھا ہوا ہے اور خطوط جریبی تمام کمیت کے اندر
ہیں اور سکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

۱۰	۲۵۰
۵۰	۲۰۰
۰	۰
	س
۰	۳۹۰
۴۰	۲۰۰
۳۰	۱۰۰
۱۰	۰
	ب
۰	۵۶۰
۳۰	۱۰۰
۰	۰
	شمال ۲ مغرب
	ا

(۱۴) کمیت اربس کا حال فیلڈبک مین تفصیل ذیل لکھا ہوا ہے اور سکا نقشہ بناؤ اور اس کے رقبہ کا حساب
لگاؤ اور ضلع او کی پیمائش نہیں ہوئی وہ خط مستقیم بغیر او منٹ کے تھا۔

۰	۵۵۰
۴۰	۴۰۰
	شمال ۴ مشرق
	س
۰	۱۰۰
۲۰	۸۴۰
۸۰	۶۹۰
	۶۰۰
	۴۲۰
	۲۳۰
	۲۰۰
	۱۰۰
	۰
	جنوب ۴ مشرق
	ب

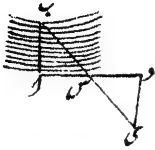
	ب	س	د	۱
	۹۴۴۰			
	۸۳۰۹۰			
	۵۱۰			
	۴۸۰			
	۱۲۰			
		۳۰		
	س			
	۱۰۲۴	۱۰		
	۶۴۰	۳۰		
		۰		
	د			
	۱۲۹۲	۱۰		
	۱۰۴۰	۲۰		
	۶۸۰	۸۰		
	۳۱۲			
	۱۰	۴۰		
	۱			
				شروع

سینتالیسویں فصل سوالات

(۴۱) زمین کی مساحت میں ہونے والی تبدیلی پیمائش اور اس کا ذکر تو مضمین کے ساتھ بیان کیا مگر جہاں وسیع اور صحیح پیمائش کرنی ہوتی ہے وہاں زوئیوں کی پیمائش میں آلات استعمال کرتے ہیں اور ہر اس کا حساب علم مثلث کی وساطت سے لگاتے ہیں اور انہیں پیمائشوں کے ساتھ ایسی پیمائشوں کا بھی ذکر کرتے ہیں جہاں ہماری رسائی نہیں ہوتی اور ان کے

اشیاء کا فاصلہ جہاں ہم نہیں پہنچ سکتے دریافت کرتے ہیں باوجودیکہ ایسے سوالات کو حل کرنے میں علم شملت کا کام پڑتا ہے مگر بعض سوال نہایت سیدھے سادے طور سے حل ہو جاتے ہیں اسلئے ہم ان کا بیان کرتے ہیں

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو



فرض کرو کہ دریا کے نزدیک ایک چیز ہو اور ٹریک اس کے مقابل پر ایک اور چیز دریا کے متصل ہے

ایک خط اس زاوے قائمے بناتا ہوا اب پر کیچو اور اتنا طول اس کا کرو کہ وہ حصین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو دیکھ کر ایسا کیچو کہ سن برابر اس کے ہو دسے ایک خط مستقیم زاوے قائمے بناتا ہوا اور پر کیچو اور اوسین نقطہ می ایسا دریافت کرو کہ بس ہی ایک خط مستقیم ہو پس شملت اس اب اور سن ہی سب طرح سے برابر ہیں اور دمی برابر ہو اب کے اب دمی کو یہ پائیں کہ تو اسے طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہو جائیگا۔

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ میں ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ایک خط مستقیم زاوے قائمے بناتا ہوا دوسرے خط مستقیم پر کیچیں اور اوس کی ترکیب ہم بتیالیسو میں فصل میں بیان کر آئے ہیں اب ہم ایک ایسا ترکیب سوال کو حل کرتے ہیں اوس میں چھ ضرورت زاوے قائمے بنانے کی نہیں ہوتی ہو سکتے ہیں (۴۲۰) اول دو مقاموں کو در میان فاصلہ دریافت کر جن میں ایک کا مقام ایسا ہے کہ جہاں ہم نہیں پہنچ سکتے دوسرا اب اور ب دو مقام ہیں اور ب پر دریا کے حائل ہونیکے سبب یا کسی اور رک کے سبب ہم نہیں جاسکتے۔



اسے کوئی خط اس کیچو کہ اب پر کسی نقطہ پر ایک جھڑی بس کی سمت میں قائم کرو اور اس کی کو ق مکت ایسا بنانا کہ اب برابر اس کے ہو اور دوسری مکت

ایسا خارج کرو کہ دمی برابر آدے ہو اور ق اور بی پر جھڑیاں کاڑو پس ق کا نقطہ دریافت کر

جس پر اور ف کی سمتیں قطع ہوتی ہیں یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہاں سے آ اور ب
ایک خط مستقیم میں لوری اور ف ایک خط مستقیم میں معلوم ہوں
اب مثلث درابا اسی طرح آپس میں سب طرح سے برابر ہیں اور جہاں سے آ اور ب کے
پس رخ کو ناپ لین اور اس سے آ ب کا طول دریافت ہو جائیگا۔

(۴۲۱) دفعہ ۲۱ اور ۲۲ میں پہلے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب بہرہ باوجود
ہیں کہ جس ایک خط برابر اس خط کے جس کو ناپنا چاہتے ہیں مستقیم آسکتے ہیں اکثر مقامات جہاں
ہم نہیں پہنچ سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہونگے وہاں ان پر کیوں کا استعمال نہیں ہو سکتا
اسلئے ہم اس سوال کا حل کیا اور طرح سے لگتے ہیں جو ایسی صورتوں میں ہی بکار آ سکتا ہو
(۴۲۲) دو مقاموں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اور نہیں ایسا ہی کہ وہاں ہم
پہنچ نہیں سکتے اور بہت دور ہے۔

فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہیں اور وہیں ب پر پہنچ نہیں سکتے اور وہ بہت دور ہے اور ایک
سمت میں کوئی محل آس ناپ لو اور اس سے کسی ایسی سمت میں
کہ جہاں سانی ہوں برابر اس کے ناپ لو اور دو رستیاں لو جنہیں سے
بریکس کے برابر جو آ اور ایک کا رخ پر باندھو اور دوسرا سر آ پر
اور کیوں کو ناپ لیاؤ کہ انہی خطوط مستقیم سے لیں اور ان کے دوسرے ایک نقطہ پر لیں اور
فرض کرو کہ نقطہ جی ہو جس میں کل دو عین ہوگی ایک جہادی نقطہ پر گاؤں جہاں ہمیشہ لای
اور ب کی تقاطع کرتے ہیں۔



مثلثات آ اور ب اور جی و مشابہت میں آسوا کسی فن کوئی دے وہ نسبت جہاں کو کہے
موجب سے پس اگر فن آ اور ب کو ناپ لین تو اس تناسب آ ب کو معلوم کریں گے۔

اثر تالیفین فصل ضرب اثنا عشری

(۲۲۳) سطحات و محبات کے پیمانوں سے جو سوالات متعلق ہوتے ہیں وہ بعض اوقات اس ترکیب سے ہی حل ہوتے ہیں اس ترکیب کا نام ضرب جلیب یا اثنا عشری ہے وہ علماء و محققین و نوین بکار آمد ہے عمل میں سانی ہوتی ہے اور علم میں اس سے عمدہ تعلیم ہوتی ہے اسلئے جو کچھ ہم اس کا بیان کریں وہ لائق توجہ کے ہر اول ہم مربع پیمانوں کا ذکر کرتے ہیں۔

(۲۲۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہیں کہ مربع فٹ سے کیا مراد ہوتی ہے اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے۔

اب ہم رقبوں کے ناپنے کے لئے ایکلہ صد قہ بناتے ہیں اور وہ یہ ہے کہ اگر سطح ۱۲ انچ لمبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اس کا نام سطح اولے کہتے ہیں۔

پس جو جدول مربع پیمانوں کی ہے اس میں یہ بیان ہے اور بڑا دو کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک سطح اولی ہوتا ہے

۱۲ سطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۲۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچوں کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ سطح اولی اور مربع انچوں میں تحویل ہو سکتی ہے

مثلاً

۱ مربع انچ = ۱ سطح اولی ۱۲ مربع انچ

۲ مربع انچ = ۲ سطح اولی ۲۴ مربع انچ

۳ مربع انچ = ۳ سطح اولی ۳۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی تعداد سطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور سطح اولی میں تحویل ہو سکتی

۱ سطح اولی = ۱ مربع فٹ ۱۲ سطح اولے

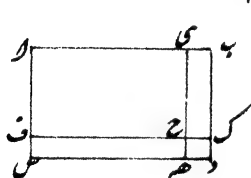
۲ سطح اولی = ۲ مربع فٹ ۲۴ سطح اولے

۳ سطح اولے = ۳ مربع فٹ ۳۶ سطح اولے

(۲۲۶) ایک سطح اولی جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض کتنی ہے وہ سطح اولے ہے اس سے

معلوم ہوتا ہے کہ جو متطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کرتی ہو ۲۰ سطح اولیٰ ہو اور ایسی ہی متطیل ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کرتی ہو ۲۰ سطح اولیٰ ہو اور علیٰ ہذا القیاس ایک متطیل جو ۲ فیٹ اور ایک انچ عرض کرتی ہے وہ ۲۰ سطح اولیٰ ہیں اور اسے معلوم ہوا کہ متطیل جو ۲ فیٹ اور ۲ انچ طول عرض کرتی ہو ۲۰ سطح اولیٰ ہیں اور جو متطیل ۲ فیٹ اور ۳ انچ طول عرض کرتی ہو ۲۰ سطح اولیٰ ہیں اور علیٰ ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج ہوتا ہے جبکہ بیان مختصر یہ ہے کہ فیٹ اور انچوں کا حاصل ضرب سطح اولیٰ ہوتا ہے۔

(۴۴) اس متطیل کا قیاس دریافت کر جبکہ طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہو فرض کرو کہ کل رب بن ایک متطیل کو تعبیر کرتی ہو اور رب طول اور اس عرض ہے اور مضمر کہ وہ ۸ فیٹ ۹ انچ ہو اور ۵ فیٹ ۶ انچ



اور اس ۹ انچ پر نقطہ سی سی ہوتواری اس کا اور نقطہ ف سے ف ک متوازی رب کا نکالو اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہے پس کل متطیل رب دس چار حصوں میں تقسیم ہوا ہے یعنی ایک حصہ متطیل سی ب ک ح ہے جو ۵ فیٹ طول میں اور ۹ انچ عرض میں ہے

اسی واسطے ۵ سطح اولیٰ اوسمین ہیں یعنی ۳ مربع فیٹ اور ۹ سطح اولیٰ دوسرے متطیل و ف ح سی ہے جو ۵ فیٹ طول میں اور ۵ فیٹ عرض میں ہے اسی واسطے اوسمین ۲۰ مربع فیٹ ہیں۔

تیسرے حصہ متطیل ح ک دھ جو ۹ انچ طول میں اور ۹ انچ عرض میں ہے اسی واسطے اوسمین ۲۰ مربع انچ ہیں یعنی ۲۰ سطح اولیٰ ۹ مربع انچ جو تہا حصہ متطیل ف ح دھ ہے ۵ فیٹ طول میں اور ۹ انچ عرض میں اسی واسطے اوسمین ۲۰ سطح اولیٰ ہیں یعنی ۲۰ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلوں کے قہ کا ۳۲ مربع فیٹ و سطح اولیٰ ہر اور باقی دو مستطیلوں کا ۴۸ مربع فیٹ
۴۸ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہے اسی واسطے چار دن مستطیلوں کے قہ کا مجموعہ ۳۸ مربع فیٹ
۱۸ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہے۔

(۴۲۸) اور یہی مثال کے عمل کو سطح لگتے ہیں
طول کو ایک سو ستر من لکھو اور عرض کو دوسرے ستر من
سطح لکھو کہ فیٹ نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہوں
اول جمہ کو جو فیٹ کی جگہ میں ضرب دیتی ہیں تو پانچ سو ۴
ہوئے پس ۴۸ سطح اولیٰ ہوئی یعنی ۳۲ مربع فیٹ و سطح اولیٰ ہوئے

اب ۹ کو لکھو و اس کو حاصل مانو اور ۱۲ ہوئے اور ۲ اور ۳ ملکر ۳۲ ہوئے اس کو سطح اولیٰ
کے مقام سے بائیں طرف لکھو۔

اب جمہ میں ضرب دیتی ہیں جو انچوں کی جگہ میں ۵۴ ہوئے ۵۴ مربع انچوں میں ۴۸ سطح اولیٰ
اور ۴۸ مربع انچ ہیں اس کو دائیں طرف اور غلہ کو لکھو و حسین سطح اولیٰ لکھتے ہیں اور ۴ کو حاصل مانو
اور ۱۸ اٹھے ۳۸ ہوا اور ۴ اور چار ۵۴ ہوئے اور ۲ سطح اولیٰ ۴ مربع فیٹ ۴۸ سطح اولیٰ
ہوئے ان کو اپنے اپنے خانوں میں لکھو

اب ان دونوں سطروں کو جو حاصل ہو میں جمع کرو ۴۸ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۹ اور ۲ تیرہ سطح اولیٰ
ہوئے جن کا ایک مربع فیٹ اور ایک سطح اولیٰ ہوا کو لکھو اور ایک کو حاصل مانو اور ۳
اور ۳ اور ۳ ملکر ۳۸ ہوئے۔

پس حاصل ۳۸ مربع فیٹ ۱۸ سطح اولیٰ ۴ مربع انچ ہوئے
(۴۲۹) اب اس نتیجہ کو اوصورتوں میں لکھتے ہیں
ایک سطح اولیٰ اور ۴ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئے
اسی واسطے حاصل ۳۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور سطح اولیٰ $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہو اور $\frac{1}{12}$ مربع انچ $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہو
اسی واسطے حاصل مربع فیٹ $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ یعنی $\frac{3}{12}$ یعنی $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{3}{12}$ یعنی $\frac{1}{4}$ ہے۔

یہ صورتیں نتیجہ کی بالکل مطابق اور ان صورتوں کے ہیں جو بغیر اعانت ضرب چلیبا کے نکلین
پس فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

$$۶۹۲۰ = ۶۶ \times ۱۰۵$$

۶۹۰ مربع انچ = ۲۸ مربع فیٹ $\frac{1}{12}$ مربع انچ
یا سطح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ = $\frac{3}{4}$ فیٹ
۵ فیٹ ۶ انچ = $\frac{1}{2}$ فیٹ = $\frac{1}{2}$ فیٹ

$$\frac{1}{4} \times ۲۸ = \frac{۳۸۵}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲} \times \frac{۳۵}{۱۲}$$

(۲۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھ اس بات کا بیان کرتے ہیں کہ ترکیب کو محسبات پیمانہ
کے بیانوں میں کس طرح توسیع پاتی ہو اور اب ہم دو اصطلاحیں بیان کرتے ہیں محسب
اولیٰ اور محسب ثانیہ اور ان کے معنی یہ مقرر ہیں کہ

۱۲ محسب انچ کا ایک محسب ثانیہ ہوتا ہو

۱۲ محسب ثانیہ کا ایک محسب اولیٰ

۱۲ محسب اولیٰ کا ایک محسب نوٹ

(۲۳۱) دفعہ ۲۴ کی طرح عمل کر نیے ہم آسانی تمام اور ان نتائج کو حاصل کرتے ہیں جنکو اور
وہ نتیجہ جو ان کے ساتھ جو با فعل معلوم ہیں یا نہیں تو سارا مطلب ان مختصر بیان ہوتا ہو

حاصل ضرب فیٹ کا سطح فیٹ میں محسب فیٹ ہوتا ہو

حاصل ضرب فیٹ کا سطح اولیٰ میں محسب اولیٰ ہوتا ہو

حاصل ضرب فیٹ کا سطح انچوں میں محسب ثانیہ ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح فنون میں مجسم اولی ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح اولی میں مجسم ثانیہ ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح انجون میں مجسم انج ہوتا ہے

(۴۳۲) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اس کا طول فیٹ ۹-۱ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶-۱ انچ اور اتفاغ ۴ فیٹ ۳-۱ انچ۔

ذہن ۳۲ میں قاعدہ کا رقم ۴۸ مربع فیٹ اس سطح اولی مربع دریافت ہوئی اب ہم باقی عمل لکھتے ہیں

$$\begin{array}{r}
 ۴۸۱۶ \\
 ۴۳۰ \\
 \hline
 ۱۹۲۶۰ \\
 ۱۲۰۴۶ \\
 \hline
 \end{array}$$

اب ہم اول ۴۸ میں جو بیچائے فیٹ کے ہیں ضرب دیتے ہیں ۴ چمک ۴ ہو ۴۸ مجسم ثانیہ یعنی مجسم اولی پس منظر لکھو اور کو حاصل مانو اور ۴ کن ۴ اور ۴ چمک ہو پس ۶ کو لکھ دیا اور ۸ گنا ۴ برابر ۱۹۲ کے بتے پس ۱۹۲ کو لکھ دیا۔

اب ہم ۳ میں بچائے انچ کے بتے ضرب دیتے ہیں ۳ چمک ۹ ہو اور ۴ مجسم انچ ایک مجسم ثانیہ ۶ مجسم انچ ہوئے پس ۶ کو اس خانہ کے دائیں طرف لکھو میں مجسم ثانیہ لکھے ہیں اولی ایک کو حاصل مانو اور ۳ کن ۳ ہوئے اور ۴ اور ۴ چمک ہو ۴ کو لکھو۔

۳ گئے ۴ برابر ۴۸ کے ہو ۴ مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فیٹ ہوئے پس کو خانہ مجسم اولی میں لکھو اور خانہ مجسم فیٹ میں ۴ کو لکھو۔

پس وسط میں جو حاصل ہوئی ہیں ان کو جمع کرو پس حاصل ۴۰ مجسم فیٹ ۴ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے۔

(نہ ۳۳۴) ذہن ۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتوں میں بیان کرتے ہیں اور ثابت کرتے ہیں کہ اگر ہم اس کو بغیر اس ترکیب ضرب چلیپا کے نکالتے تو یہی نتیجہ مطابق انہیں نتیجوں کے نکلتے ہیں

اگر ہم تجید کو مجسم فیٹ کے رقبوں میں بیان کریں تو یہ حاصل ہوگا۔

$$۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴$$

یعنی ۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴ + ۲۰۴ ہوئے

(۲۳۴) نیز یہی جو ردول اپنے پاس رکھتے ہیں بارہویں حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اسلئے رقبوں اور محجمات سے جو سوال عمل میں واقع ہوتے ہیں ان میں لڑی کج بارہویں حصے بھی داخل ہوتے ہیں پینال اور اوپر کی مثالیں ایک ہی اصول پر مبنی ہیں اب ہم نئی اصطلاحیں بیان کرتے ہیں جنکے سبب سے تمام رقبے اس جدول کے پیمانوں سے بیان ہوا کریں گے۔

سطح اولیٰ ایک بارہویں مربع فیٹ کا ہوتا ہے

سطح ثانیہ ایک مربع انچ کا ہوتا ہے یعنی یہی ہوتا ہے جو ایک بارہویں سطح اولیٰ کا

سطح ثالثہ ایک بارہویں حصہ سطح ثانیہ کا ہوتا ہے

سطح رابعہ ایک بارہویں حصہ سطح ثالثہ کا ہوتا ہے

(۲۳۵) اوس سطح کا رقبہ دریافت کرو جب کا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہویں اور عرض ۵

فیٹ ۶ انچ ۷ بارہویں ہے۔

$$\begin{array}{r} ۸۹۱۰ \\ ۵۶۷ \\ \hline ۲۳۱۲ \\ ۲۳۱۱ \\ \hline ۵۱۸۱۰ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۳۱۱۲۰ \\ ۲۳۱۱۲۰ \\ \hline ۲۳۱۱۲۰ \end{array}$$

پس حاصل ۸ مربع فیٹ ۱۱ سطح اولیٰ ۱۱ سطح ثانیہ ۱۱ سطح ثالثہ ۱۰ سطح رابعہ ہے۔

ارتقا کیسیوں فصل کی مثالیں

جب سطحیوں کی امتداد تفصیل میں معلوم ہیں اونکے رقبے ضرب اثنا عشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ ۱۰ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۸ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارہویں اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہویں اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہویں ۲ فیٹ ۷ انچ ۲ بارہویں

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارہویں ۳ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہویں

جن مجہبات متوازی السطح قائم الزاویہ کی استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے حجم بذریعہ ضرب اثنا عشری کے دریافت کرو۔

(۱۱) ۳ فیٹ ۳ فیٹ و ۴ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ ۳ فیٹ و ۴ فیٹ ۴ انچ ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ ۴ فیٹ و ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۳ انچ و ۵ فیٹ ۳ انچ ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ و ۶ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچا سوین فصل میٹر

(۲۴۶) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر متا ہے اوسکا کام ہی کبھی کبھی تحقیقات علمی میں آجاتا ہے اس لئے اوسکا بیان کرنا ہی ضرور ہے۔

(۲۴۷) طول کا پیمانہ جو گورنٹ فرانس کی طرف سے عین ہوا ہے میٹر ہے اور وہ

۳۹، ۳۷، ۳۶ انگیزی انچ کے برابر ہے
سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہے اس کے ایک سو لاکھ حصہ کا نام میٹر کہا گیا تھا
حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ وہ قریب بیلیئم ایک انچ کے ہوتا ہے یعنی جس نسبت سے
کہ چاند مقرر کیا گیا تھا اس سے کچھ چوٹا ہے۔

رقبہ کا پیمانہ معینہ اریس ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے۔
اور مجسمات کے واسطے چاند معینہ میٹر ہے اور وہ ایک مکعب میٹر کا ہوتا ہے۔
تمام تقسیمیں اصعاف اور حصوں کی عشری ہین ذیل میں اونکی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = ۱ میٹر

سینٹی میٹر = ۱/۱۰ میٹر

ملی میٹر = ۱/۱۰۰ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹار = ۱/۱۰ ایر

دی کی سیٹر = ۱۰ سینٹر اور ڈی سی سیٹر = ۱/۱۰ سینٹر

اور ایلیات کے ناپنے کے واسطے ایک چاند لٹہ ہوتا ہے اور وہ ایک مکعب ڈیسی میٹر کے برابر ہوتا ہے
اور ان کے واسطے ایک چاند گریہ ہے وہ ایک مکعب سینٹی میٹر بانی کے برابر ہوتا ہے۔

اور اوہین ۱۵، ۴۳۲ انگیزی گرین ہوتے ہیں۔

اونچا سوین فصل کی مثالین

را دا اڑہ کا قطر دایٹر ہے محیط اوہکا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا طول ۵۰، ۶۰ میٹر اور عرض ۴۰ میٹر ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳) ایک ذوزنقہ کے خطوط متوازیہ ۶، ۵ میٹر اور ۵ میٹر ہیں اور اونکا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۲ میٹر ہے رقبہ دریافت کرو۔

(۴) ایک دیوار ۴ میٹر لمبی ۳ میٹر بلند اور ۵ میٹر اتنا رکی ہو اسکا حجم مکعب میٹر میں دریافت کرو۔

(۵) ایک مخروط مستدیکہ ارتفاع ۴ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ میٹر ہے اس کے حجم میں مکعب ڈی سی میٹر دریافت کرو۔

(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہے تو ۶ کلو گریم کا ثقل ہے اور جب پانی سے پر ہوتا ہے تو اسکا وزن ۹ کلو گریم ہوتا ہے ظرف کا ہوا مکعب ڈی سی میٹر میں دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۵ میٹر بلند اور ۶ میٹر چوڑا اور ۴ میٹر عمق میں ہے تو بتاؤ اس میں کتنے ہیکٹو لیٹر پانی سمائیں گے۔

(۸) ایک اسطوانہ میں ۳ کلو گریم پانی آتا ہے اور اسطوانہ کا نصف قطر ۵ سینٹی میٹر ہے اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر کے قریب تک دریافت کرو۔

(۹) ایک تار بقی ۵ کلو میٹر لمبا ہے اور اسکا قطر ۲ ملی میٹر ہے تو اسکا حجم مکعب لیٹر میں دریافت کرو۔

(۱۰) ایک لوہے کی گولی کا قطر ۲ میٹر ہے اور اسکا وزن کلو گریم میں دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۵ گنا اس پانی سے ہے جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو۔

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع ۸ میٹر ہے۔

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہے اسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو

(۱۳) ثابت کرو کہ ایک درم ۴۰۰، ۴۰۰ اور ہوتے ہیں :

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گزین ۵ ر ۴ م ۶ مکعب ڈیسی میٹر ہوتے ہیں۔

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴ ر ۵ م کے قریب لڑھکتے ہیں۔

ان نیچے کی مثالوں میں خد الکعب نکالا جاتا ہے

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا ظرف ایک لڑھکے کرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) ایک ظرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اس کا ارتفاع برابر ہے قطر قاعدہ کے اور

اس کا ظرف ایک لڑھکے ہے اس کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اس کا حجم ایک مکعب

ڈیسی میٹر ہے اس کا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے سرے سے ٹوٹ گزین سے آگئی اور ایسی جگہ لگی کہ وہ
ہافیت کے فاصلہ پر بلی کی جڑ سے تھی اگر ٹوٹا ہو انکر ۱۹ م فیٹ ہو تو بتاؤ اس بلی کا کل
طول کیا ہے۔

(۲) ۱۲۰۰ مربع انچوں میں کتنے مربع فیٹ ہونگے۔

(۳) دو مربعوں کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہیں اور ایک مربع کا ضلع چند دوسرے مربع کے ضلع سے

طول میں ہے تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع میں ۲۵۳۳ فیٹ ۶ انچ ہیں اس کا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک متطیل کا احاطہ ۴ م اگر ہی او طول سے چند عرض سے ہی اس کا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کرہ ۲۱ فیٹ لمبا اور ۲ فیٹ چوڑا ہے ۲ انچ عرض کا فرش ۴ ر ۶ پائی گز کا کتے روپیہ کا لگے گا۔

(۷) ایک کرہ ۱۶ فیٹ ۲ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے اور ۱۳ فیٹ بلند ہی تو دیواروں پر

۹ انچ عرض کا کاغذ ۲ پائی گز کا کتے روپیہ کا لگے گا۔

(۸) ایک کان میں ۶۳ کٹر کیاں ہیں اور ان میں ۴ م کے اندر کالے شیشہ کے لگے ہوئے ہیں

اور ان میں سے ہر ایک پر کالہ ۲۰ انچ لंबا اور ۱۷ انچ چوڑا ہے اور باقی میں ۹ پر کالے لکے ہوئے ہیں اور اونچین سے ہر ایک پر کالہ ۱۷ انچ مربع ہے اور ایک روپیہ ۴۰ فیٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا۔

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۹۹۰ اور ۱۰۰ اڑی ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو
(۱۰) دو زونہ کا رقبہ ۷۵۰ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا دریا فی فاصلہ عمودی ۹ انچ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کر دو اور اونچین فرق ۴۰ فیٹ ہے۔

(۱۱) دو شکرین ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتے ہیں دو آدمی اوس مقام سے چلے جہاں شکرین ایک دوسرے سے ملتی ہیں ایک آدمی سڑک پر ۴ میل فی گنٹہ کی چال چلتا ہے اور دوسرا آدمی دوسری سڑک پر ۴ میل فی گنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ اسٹ چلنے کے بعد اونچین کیا فاصلہ ہوگا۔

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے ۱۱ حصہ میں کتنے مربع گز ہوتے ہیں۔
(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸۰ انچ ہے اور دوسرے کا ۳۴۶ انچ ہے تو جو مربع ان دونوں مربعوں کے برابر رقبہ میں ہے اس کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔
(۱۴) ایک مربع میں ۳۶۹۰ فیٹ ۸ انچ ہیں اس کا ضلع دریافت کرو۔

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کیت ۳ ایکڑ ۰۸۹ گز کا ہے اگر ایک شخص ۲ ۱/۲ میل فی گنٹہ کی رفتار سے اس کے گرد پھرتے تو کتنی دینیں اس کے گرد پھرائے گا۔

(۱۶) ایک کمرہ ۷۰ فیٹ ۸ انچ لंबا اور ۷۰ فیٹ چوڑا ہے او میں ایک گز عرض کا فرش ۶ گز کا کینا اور کتنے کا صرف ہوگا۔

(۱۷) ایک کمرہ ۴۰ فیٹ لंबا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۴۰ فیٹ ۳ انچ بلند ہے اور ان دیواروں میں ۴ دروازے ہیں اور ہر دروازہ ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور ۴ بڑے دروازے ہیں جن میں سے ہر ایک ۱۰ فیٹ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور ایک نشان ۶ فیٹ ۱۷ انچ سے ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے

سنا دیکھتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا غدا ۱۱ لم آنہ گز کا کتنا اس کمرہ میں صرف ہوگا۔

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہے اور اسکی چیت کی رنگوائی میں ۴ لم آنہ گز کے حساب سے ۳۹ روپیہ صرف ہوئے اور دیواروں کی رنگوائی میں ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵ روپیے صرف ہوئے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک مثلث کے اضلاع ۸۴ اور ۹۰ اور ۹۸ کریان میں اسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ گز افٹ ۳۰ انچ طول میں اور ۱۰۰ انچ عرض میں ہے تو بتاؤ کتنے دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ میں اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہاں کوکہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{22}{7}$ مربع انچ ہے۔

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اسکا استعمال کے طریقہ کو بیان کرو اور بناؤ پر کارکی ساقین کن نقطوں پر رکھی جائیں کہ ۳۶ دا طول پیمائش ہو۔

(۲۲) بتاؤ د افٹ مربع کمس قدر د امربع فیٹ سے زیادہ ہے۔

(۲۳) دو مستطیل کسیت میں اور رقبہ انکے آپس میں برابر ہیں اور اضلاع ایک کسیت کے ۵۴ گز اور ۳۴ گز طول میں ہیں اور دوسرے کسیت کا بڑا ضلع ۳۴ گز ہے تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کسیت کے رقبہ کو ایک روڈ پول مربع گز میں بیان کرو۔

(۲۴) ایک مربع میں ۳۶ مربع فیٹ ۵۲ انچ میں اسکا ضلع دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل کسیت کا رقبہ ۶ ایکڑ ۹ گزی اور اسکا طول عرض سے سہ چند ہے تو مجموعہ اضلاع اسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی بتلاؤ۔

(۲۶) ایک کمرہ ۸۰ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۷ افٹ ۶ انچ چڑھا ہے تو ۲۰ انچ عرض کا فرش ۵۳ بائی گز کا کتنے کاوس میں صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۵ افٹ طول میں ۱۰ افٹ عرض میں اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع میں ہے تو اسکی چیت اور دیواروں کی رنگوائی ہم گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول میں بہ نسبت عرض کے سہ چند ہے اور ہم مثلنگ پنس گز کا فرش اربعین بنچایا گیا ہے اور وہ پنس گز کے حساب سے دیواروں پر رنگوانی ہوئی ہے اور فرش میں ۸ پونڈہ شنگ ۲۲ پنس اور رنگوانی میں ۸ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۲۹) کسی مثلث مساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰۰ فیٹ ہے اور ہر ایک ضلع اضلاع متساویہ میں سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھواں حصہ ہے اور سکا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۰) ا ب س دسی پانچ ضلع کی شکل ہے اور زاوے ب اور س پر قائم ہیں اگر ا ب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۸ فیٹ اور س د = ۲۲ فیٹ اور دسی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور اسی کا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک پل کی محرابوں کی شکل کی ہے اور سکا وتر ۹ فیٹ ہے اور ارتفاع ۲ فیٹ ہواؤں دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جبکی وہ قوس ہے۔

(۳۲) ایک مربع گز ۷۰ ہزار مربع میں تقسیم ہوا ہے ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ میں تباؤ کتنی ایکڑ میں ۵۰ فصل کی اہم مثال دیکھو (۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جب سکا رقبہ برابر اوس متطیل کے ہے جو ۸۰ فیٹ لمبا اور ۶۰ پانچ جوڑا ہے۔

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کسیت ۳۰۰ گز لمبا اور ۷۰ گز چوڑا ہے اور میں ایک گز کو نہ سے دوسرے کو نہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوس کے اندر ۳۰ گز چوڑا گز اور ۷۰ گز کو نہ کے لئے بنایا جائے تو کتنی جگہ باقی رہے گی

(۳۶) ایک قائم الزاویہ میں ۹۰ فیٹ لمبا اور ۸۰ فیٹ چوڑا ہے اور میں ۸۰ کیا بیان گماں کی ہیں اور ہر کپاسی ۲۲ فیٹ لمبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہے تو باقی بقیہ کا فرش ۸۰ پانچ گز کے حساب سے کتنے روپے میں ہوگا

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لمبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۸ فیٹ بلند ہے تو دیواروں پر ۲۲ فیٹ عرض کا ادرہ ۸۰ پانچ گز کا کاغذ کتنے روپے کا لگے گا۔

اور اوس کمرہ میں ہی خرچ کا غدر منڈھنے کا بتاؤ جس کا طول عرض ارتفاع پہلے کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دو چندی ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت میں پینت پہلے کاغذ کے عرض اور قیمت کے نصف ہے (۳۸) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہی اور طول عرض سے دو چندی اور قیمت ۶۵ اگر کاغذ ۲ فیٹ عرض کا چاروں طرف لایا نہیں لگا ہوتا تو بتاؤ اوس میں فرش کتنا لگے گا۔

(۳۹) مثلث کے اضلاع ۲۵ ۳۹ ۶۵ فیٹ ہیں اوس کے ایک زاویہ سے سب بڑے ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جو مثلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہیں ان کے رقبے دریافت کرو۔

(۴۰) قیمت ۱۵ س دو کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اس کے اندر تفصیل ذیل طویل پائیش کر دیوں میں ہوئی ہیں۔

ب سے عمود ب م کا لاس ۴۰

د سے عمود د ن کا لاس ۸۶

۱۲۲۰ = اوس اور ام = ۵۳۲ اور ان = ۲۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲ فیٹ ہی اور اوس کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوس کا طول دریافت کرو۔

(۴۲) ایک کمرہ ۵ فیٹ ۵ انچ لمبائی اوس کا کیا عرض کہیں کہ اوس کا رقبہ ۲ مربع گز ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۲۲ فیٹ ۳۲ چمربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۴۴) ایک مستطیل ۲۲ گز لمبا اور ۳۶ گز چوڑا ہی اوس کے رقبہ کے برابر چمربع ہو اوس کا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۵۰ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۵۰ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوس کی ۱۴ روپیہ ۱۰ پیم ۱۰ پیم پانی ہے تو بتاؤ اوس کے مشابہ قطعہ ۸۰ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۵۰ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۴۶) ایک بازار نصف میل لمبا اور ۴ فیٹ چوڑا ہے اوس کے فرش کی لاگت ۷ پیم آنہ

مربع کے حساب سے دریافت کرو۔

(۴۸) ایک کمرہ ۲۰ فٹ ۶ انچ لمبا ۱۵ فٹ ۶ انچ چوڑا ۱۲ فٹ بلند ہے اور اسکی دیواروں میں دو دروازے ہیں ہر ایک ۸ فٹ سے ۳ فٹ ۹ انچ ہی اور ایک بڑا دروازہ ۵ فٹ ۵ فٹ ۵ فٹ ہے اور دو اور دروازے ہیں ہر ایک ۵ فٹ ۵ فٹ ۵ فٹ ہی اور ۱۸ فٹ ۸ انچ سے ۳ فٹ کا ایک آتش دان ہے تو ان سب کو دیواروں میں سے منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۲ گز کا اسکی دیواروں میں کتنا لگیگا۔

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چندان ہے اور گز کا فرش اس میں ۴ روپیہ ۰ ارب پانی کا لگا اور اسکی دیواروں کی سفیدی میں ۹ پانی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۸ ارب پانی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۴۹) ا ب س د چار ضلع کی شکل ہی اور آد کا ستوا سی ب س ہے اور ا ب = ب س = س د = ۳۲ فٹ اور ا د = ۳۳ فٹ اسکا رقبہ دریافت کرو
(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہی اس کے اندر جو مربع بنایا جائے اسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۱) ایک محضوط ضلع ناقص کے ایک سرے سے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہیں اور دوسرے سرے کا بڑا ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سرے کے اضلاع دریافت کرو۔

(۵۲) قائم الزاویہ میں ۸ فٹ ۵ فٹ ۲ فٹ ہی اس کے فرش کا خرچ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۶ فٹ سے ۳۲ فٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فٹ ۷۰ مربع فٹ ہے اور ایک ضلع ۸ فٹ ۹ فٹ ۹ انچ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین بیگ میں ۳۵۸۸ مربع گز ہیں اور ایک بیگ میں ۱۰۰۰ مربع میٹر تو طول اسکا گزوں کی رقموں میں دریافت کرو

(۵۵) ۱۲ فٹ طول اور ۱۰ انچ عرض کے تختے ۵ گز لمبے اور ۱۸ گز چوڑے چبوترے پر کتنے پلہیں گے

اور اگر ۱۲ آنہ مربع گزفٹ کی گڑھی ہو تو کٹنا روپیہ اوسین خرچ ہوگا۔

(۵۶) ایک مکہ ۹ فیٹ ۹ انچ طول میں اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ عرض میں ہے ایک فرش اوسکا ۱۲ گز عرض کے ٹاٹ کا اور ۶ پانی گز کا بنایا جائے اور دوسرا فرش ۶ گز عرض اور ۳ پانی گز کا ہے کا بنایا جائے تو بتاؤ دونوں فرشوں کی قیمت میں کیا فرق ہوگا۔

(۵۷) ایک مکہ ۱۵ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور اوسین دو دروازے ۵ فیٹ ۳ فیٹ ہیں اور ۳ مکہ کمریاں ہیں اور ہر ایک ۶ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ ہے تو اسکی دیواروں پر ۱۲ انچ لپٹے اور ۱۲ انچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے لگیں گے دروازے مستثنیٰ ہیں۔

(۵۸) ایک شخص پاس ٹکنو ٹا باغ ہی اور اس کے قاعدے میں ۲۰۰ گز زمین وہ قاعدہ کتھوڑی جھاڑی لگا کر اس کے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہے تو جھاڑیکا طول دریافت کرو۔

(۵۹) اس دعویٰ کو مثالوں سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحدہ مرکز ہوں تو ان کے دیسائی سطح کا رقبہ برابر اور اس دائرہ کے ہوتا ہے جس کا قطر برابر اس قطر بیرونی کے ہے جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہے

(۶۰) ایک دروہجن ۳۰ فیٹ قطر کا ہے اور اوسکا فرش ۲۳ پانی فیٹ کے حساب سے کیا گیا مگر مرکز پر اس کے ایک سیدس منظم کی جگہ چوڑی گئی ہے اور اس سیدس کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہے تو بتاؤ فرش میں کیا لاگت لگیگی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲ اینٹ لمبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۲ اینٹ آنا رکھی ہو تو بتاؤ اوسین کتنی اینٹیں لگیں گی۔

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱۲ گز اور مسامت ایک مکعب گز ۶ مکعب فیٹ ۲۹۶ مکعب انچ ہے اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک مکہ ۹ فیٹ ۹ انچ لمبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چڑا ہے اور اوسین بارش کے سبب ۲ فیٹ گہرا پانی چڑھ گیا تو بتاؤ یہ پانی وزن میں کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن ۳۱ پلیم ہے۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹا جا کہ ایک گرین سونے کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجا تو کتنے ایسے ورق اور پر تلے رکھیں کہ ایک انچ کا دل بنجا اور ایک مکعب فیٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈریڈ ویٹ ۹۵ پونڈ ہے۔

(۶۵) ایک مکعب میں ۱۰۰ مکعب گزین تو بتاؤ اس کے کنارہ میں کتنی طولانی فیٹ ہیں۔

(۶۶) ایک ظرف چاروں طرف سے بند ایک انچ سوئی دہات کا بنا ہوا ہے اور اس کی اندر بیڑی، فیٹ ۳ انچ اور ۵ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ ہیں اور وزن ۲ ہنڈریڈ ویٹ ۲ کواریز پونڈ ہے تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹھوس ہوتا اور اندر سے خالی ہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۱۵ فیٹ لمبا اور سطح متفاضل کا اوسط ۱۳ مربع فیٹ ہے اگر اوسکا ایک چوکوٹہ مینار بناوین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضائع ہوتا ہے اور اوسکا وزن ۶۳۹ ٹن کا ہو جاتا ہو تو ایسے مینار کے حجم میں مکعب فیٹ اور ایک مکعب فیٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ۔

(۶۸) ایک گول مزے کے تختہ کا ۵ فیٹ قطر ہے اور ایک انچ موٹا ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ لکڑی میں سے اور اس کی خرا درائی ۲ فیٹ کے حساب سے کتنے ریپیز میں ہوگی۔

(۶۹) ایک نل چھڑے کا ۲۰ فیٹ لمبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہے تو بتاؤ اوس میں کتنے گیلن پانی سمايگا۔

(۷۰) ناقص مخروط مضلم کے سر سے قائم الزاویہ میں اور ایک سر میں زاویہ قائمہ کے اضلاع محیط ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہیں اور دوسرے ضلع کا سب سے چوٹا ضلع ۵ فیٹ ہے اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۵ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو۔

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹا ۹ و ۱۱ و ۱۳ انچ ہے تو بتاؤ کہ ۱۰۰ و ۱۱ فیٹ کے طول عرض اتار کی دیوار میں کتنی اینٹیں لگینگی

(۷۲) ایک مجسم کا دل ایک فیٹ ہے اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فیٹ ۶ مکعب انچ ہے اوس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۳) ایک صندوق ۴ فیٹ طول میں ۲ فیٹ ۶ انچ عرض میں ۱۸ انچ ایک فیٹ ۶ انچ عمق میں ہے

اور اوسین ۲۵۲ کتابین رکھی گئی ہیں اور ہر ایک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۶ انچ چوڑی اور اٹھ انچ
سوتی ہے تو بتاؤ ۶ انچ لمبی اور ۲ انچ چوڑی اور اٹھ انچ سوتی کتابین اوس صندوق میں
کتنی اور سمائیں گی۔

(۷۴) مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ میں ۵۹ فیٹ ۲۱۸ انچ ہیں اور اس کا قاعدہ ۲۶۵ فیٹ
۶ انچ ہی اس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷۵) مکعب کی جسامت ۴۵.۴۰۶۲۵ مکعب انچ ہے اس کا کنارہ دریافت کرو
(۷۶) مکعب کی سطح میں ۳۹.۳۳ مربع فیٹ ہیں تو اس کے کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو۔

(۷۷) مخروط مستدیکہ ارتفاع ایک گز ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو۔

(۷۸) پیلن لوہی کا ہے اور ایک انچ ٹونا ہی اور طول اس کا ۳۰ انچ ہے اور اندر کی سطح کا قطر ۲۰ انچ
ہے وزن اس کا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴۵۶۲ ہے۔
اولنس ہے۔

(۷۹) ایک برج کے ہر ایک طرف ۲۱ فیٹ ہی اور اس کی چت چوٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوپر
بچھائی گئی ہے جس کی قیمت ۶ پنس مربع فیٹ ہے اور ایک مخروطی چت ہی جس کا ارتفاع ۱۰ فیٹ
ہی اور ریسٹون سی بی ہے اور اس ٹانگہ پنس فیصد سلیٹ کی قیمت ہی اور اوسین سے ہر ایک کی سطح
۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت میں چت کی قیمت دریافت کرو۔

(۸۰) دو مجسمہ متساوی ہیں اور ان میں سے ہر ایک کی سطح سے چند دوسرے کی سطح سے ہی تو اونکے
جھون میں نسبت دریافت کرو۔

(۸۱) مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متصل کے کنارے ۳۶ و ۵۵ و ۸۰ انچ ہیں تو اس مکعب کا
کنارہ دریافت کرو جس کا حجم برابر اس مجسم کے ہو۔

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عرض ہے اوس میں ہیل فی گنٹھ کی رفتار سے پانی
چلتا ہے تو بتاؤ اس کا پانی کتنے ٹن سمندر میں ایک منٹ کے اندر گرتا ہے۔

(۸۳) مکعب کی حساست میں ۳۵۹۳۵۰ مکعب فیٹ ہیں اور اسکے کنارہ میں تعداد انچوں کی دریافت کرو۔

(۸۴) ایک طرف ایسا ہی کہ اس کا حجم برابر ان مکعبوں کے حجم کے ہی جتنے کنارے ۱۰ انچ اور انچ ہیں اور اسکے قاعدہ کا رقبہ برابر ان مکعبوں کے تفاوت کے ہی جتنے اضلاع ۱۰ و ۱۰ فیٹ ہیں طرف کا عمق دریافت کرو۔

(۸۵) طرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پینس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پینس ۳ پینس فی مربع انچ کے حساب سے اور اسکی گلت کرائی کیا ہوگی۔

(۸۶) اگر سونا کو ٹکڑا ایسا پٹلانا جائے کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ٹکڑے بنائے ہیں برابر اور اس کا غلہ کے ہونے کے جسکے ۱۰۰ تختوں کی کتاب ایکل انچ موٹی ضخامت میں ہی اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فیٹ ہی

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہی اور اس کا قطر ۱۵ فیٹ ہی اور اس کا قطر ۲۰ انچ ایکل و برتن ہے جسکی صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اس کا عمق ۶ فیٹ ۱۰ انچ ہے اس طرف کا قطر دریافت کرو۔

(۸۸) شلٹ قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ اور ۴ انچ طول میں ہیں وہ بڑے ضلع کے گرد حرکت کر کے جو مخروط سے یہ پیدا کریگا اس کا حجم اور اسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۸۹) مخروط ضلع ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سر مستطیل ہے اور ۹۹ انچ سے ۱۲ انچ اور اوپر کا سر مستطیل ہے جس کا بڑا ضلع ۸ انچ ہی اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو۔

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی کرہ کا حجم دریافت کرو۔

(۹۱) ایک لٹہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اور ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہی اور ۱۵ فیٹ ۶ انچ موٹا ہی تو بتاؤ انچ موٹے تختے کتنے پہلاؤ کے کینٹے۔

(۹۲) کسی حمام کا حوض ۶ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱۹ فیٹ ۹ انچ گہرا ہی اور زمین کس قدر پانی فرار میں سماتا ہوگا۔

- (۹۳) مکعب کا حجم ۲۰۱۰۰۳۳۳ مکعب انچ ہو اور اس کا ضلع دریافت کرو۔
- (۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہے اوس میں ۲ ۱/۲ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سائیں گے۔
- (۹۵) ایک مکان ۴ افیٹ ۳ انچ لمبا اور ۳ افیٹ ۴ انچ چوڑا ہے اور اوس میں تختوں کا فرش بچا ہوا ہے اور تختہ کادل آدھ انچ کا ہے اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا ہے اور ۱۰ افیٹ لمبا ہے تو ایسے تختے کتنے فرش میں لگے ہوئے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختوں کا وزن کیا ہوگا۔
- (۹۶) ایک مکعب کی شکل کا ہے اور اوس میں ۶۶۶۶ مکعب فیٹ کا ساڑھ ہے تو بتاؤ اسکے فرش میں ۳ انچ عرض اور ۶ پانی گز کا فرش کتنا لگے گا۔
- (۹۷) ایک مخروطی چپٹ ۶ افیٹ بلند ہے اور قاعدہ اس کا مربع ہے اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۴ فیٹ ہو اور دسپہر ۱۲ انچ موٹی چادریں سیسہ کی لگی ہوئی ہیں تو بتاؤ کتنا سیسہ اوس میں لگا ہوا ہے اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ اونس ہے
- اگر سیسہ کو اتمان لین اور اسکی گولی ایسی صورت کی بنائیں کہ اسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ۱۲ انچ لمبا اور ۱۲ انچ قطر ہو اور ایک سرے پر اسکی اسی قطر کا مخروط ستیر ہو اور ۱۲ انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیاں اسکی ایسی بنیں گی۔
- (۹۸) ایک توپ کا گول گولہ ۹ انچ قطر کا گلابا گیا اور مخروط ستیر کے قالب میں ڈالا گیا اور اسکی قاعدہ کا قطر ۱۱ انچ ہے مخروط ستیر کا ارتفاع دریافت کرو۔
- (۹۹) ایک اسطوانہ ۴ فیٹ لمبا ہے اور اس کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اس کے سر وں پر نصف کرہ چسپان کئے گئے ہیں تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- (۱۰۰) مٹین کی ایک کیفہ ہو اور اس کے دو حصے میں ایک حصہ مخروط ستیر ہے اور ارتفاع مائل ۶ انچ ہے اور ایک سرے کا محیط ۱۲۰ انچ ہے اور دوسرے سرے ۱۲ انچ ہے اور دوسرے اسطوانہ ہے جس کا محیط ۱۲ انچ ہے

- (۱۱۳) ایک مکعب کا حجم مکعب فیٹ ۲۶۱ مکعب انچ ہے اس کی قطر کا طول دریافت کرو۔
- (۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لمبی ۴ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی ہے اور سیرسکا وزن ہے تو بتاؤ جو چوڑا اینٹ کتنا
- ۱۰ فیٹ بلند ۵ فیٹ چوڑا اور ۵ فیٹ آٹا رکنا ہوا ہوا سکا وزن کیا ہوگا۔
- (۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اس کے مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہی اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اس کا حجم دریافت کرو
- (۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہے اور ۹ فیٹ چوڑی اوپر کی طرف اور ۱۰ فیٹ چوڑی نیچے ہے اگر اوچے آدھ پانی بہا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا۔
- (۱۱۸) مخروط ستیرنا قص کے ایک سیرسکا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۱۱۹) اگر گولہ ہے کی گولی ۴ انچ قطر کے وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جس کا قطب بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہے۔
- (۱۲۰) مخروط ستیر قائم کی سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چار نصف قطر قاعدہ سے ہے اس مخروط ستیر کا حجم دریافت کرو۔
- (۱۲۱) ایک جسم متوازی السطوح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہے اور ارتفاع ۲۴ انچ اس کا حجم دریافت کرو۔
- (۱۲۲) قطعہ زمین ۱۲۰ ایکڑ کا ہے اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تین کوئلہ کی جمی موٹی ہیں اور ایک ٹن کوئلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہے اور ایک کعب گز کوئلہ وزن ۴ ٹن ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام کوئلہ کی قیمت دریافت کرو۔
- (۱۲۳) ایک طباق پتیل کا ۵ فیٹ لمبا ۴ فیٹ ۴ انچ چوڑا ۱۲ انچ موٹا ہے اوسمین مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو۔
- (۱۲۴) جنوبی ویلزمین کوئلہ کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور سبیل وسط کوئلہ کی موٹائی

۹۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کو مکعب کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن میں صرف کوئلہ کا سالیانہ ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خراج سالیانہ ہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا کوئلہ کتنے برسوں کے واسطے کا ہوگا۔

(۱۲۵) ایک مخروط مضلع کے دو ٹکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے ہوئی ہیں اور یہ سطح قاعدہ سے اور اس کے درمیان عین وسطین گذرتی ہے تو ثابت کرو کہ ایک حصہ گنا دوسرے حصہ سے ہے۔
(۱۲۶) ایک اسطوانہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اور اس کا حجم ۸۵ مکعب فیٹ تو بتاؤ اس کا ارتفاع کیا ہوگا۔

(۱۲۷) مجسم ذوزنقہ کے سرے سنبیل ہیں اور اونکی امتداد ۵ فیٹ سے، فیٹ اور اینک سے ۶ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۸) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور دونوں سروں کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اور مخروط ناقص دو حصوں میں قاعدہ کے متوازی سطح سے تقسیم ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چوٹے سرے سے ۸۸۴ فیٹ ہے تو ثابت کرو کہ دونوں حصوں کے حجم آپس میں برابر ہیں۔

(۱۲۹) ایک ٹوس گولی ۴ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اس کا وزن ۱۰ پونڈ ہے تو اس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جس کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور بیرونی ۱۰ انچ۔

(۱۳۰) ایک گولی کے دائرہ عظیم کا محیط ۵۰۰۰ فیٹ ہے کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۳۱) ایک تہر کی دیوار ۵ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۳ فیٹ ۳ انچ اتار کی چٹان سے تہر نکال کر اس دیوار میں لگائے گئے ہیں مٹن غار ۳ فیٹ ۵ انچ چوڑا ۲ فیٹ ۸ انچ گہرا ہے تو دیوار کا طول دریافت کرو۔

(۱۳۲) ایک طرف کا طول عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس طرف میں پانی بہا ہو تو وہ ایک تل کے ذریعہ سے ڈیڑھ گنٹہ میں خالی ہو گیا تو بہت اس تل میں

ایک سنٹ میں کتنا پانی گذرتا ہے۔

(۱۳۳) ۱۰۰ گتھے تھیں اور ہر ایک تختہ ۵ اینٹ لہبا اور ۱۰ اینچ چوڑا اور ۱۰ اینچ موٹا ہے تو بتاؤ اس میں کتنے مکعب فیٹ ذیل کی لکڑی لگی ہوئی ہے

(۱۳۴) ۴ ایکڑ کا تالاب ہی اوپر برابر ۶ اینچ موٹی برف جم گئی ہے اگر ایک مکعب فیٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو اس تالاب کی برف کا وزن ٹن میں دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن میں صرف ہوتا ہے اس کا ایک بیسار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہ قاعدہ بیسار مصر کے قاعدہ کے برابر ہو تو اس کا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵ فصل کی ۴۱۱ مثال اور اشلہ متفرقہ کی ۱۲۲ مثال دیکھو۔

(۱۳۶) ایک خندق ۵ فیٹ گہری ۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۰ اینٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی اور مٹی نکال کر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اس سے ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھ بناتا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۵ فیٹ ہے۔
(۱۳۸) ایک ڈول مخروط استیژ ناقص کی شکل کا ہے اور اس کی تہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے اور اوپر کا قطر ۴ فیٹ ۳ اینچ ہو اور عمق ۶ اینٹ ۱۰ اینچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بھرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن میں کتنے پونڈ کے قریب ہوگا

(۱۳۹) اگر ۳ مکعب اینچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ میں ۱۱ پونڈ بارود سمائی ہو اس کا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک نلکہ ۴۰ اینٹ کا ارتفاع ۲۲ فیٹ اوپر کر ۶ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴۱) ایک کیت میں ایک ایکڑ ۲۰ فوٹ ۱۶ پوٹل میں اگر اس کیت کی زمین کو ۱۰ اینچ اونچا اوٹھانا چاہیں تو کتنے مکعب فیٹ مٹی اوپر ڈالیں۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے وزن کوٹ کر ایسے بناسے کہ وہ مربع فیٹ پر چسپان ہو سکتے ہیں تو بتاؤ ورق کتنا ہونا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک مکعب ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ لمبا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہے تو اس مکعب میں کتنے مکعب فیٹ ہو سکیں گی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۲۰ فیٹ لمبی ۳۰ فیٹ چوڑی گہری کو دی گئی ہے اور نصف ایکڑ زمین پر بیٹی کو دو یکساں پہلائی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہو جائے گی اور یہ ماں کو کتنی کموندے سے حجم میں بل انچ بڑھ جائی ہے۔

(۱۴۵) ایک مخروط ضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہے اس کا تار ۱۰ انچ قطر کا کینچا گیا ہو تو بتاؤ اس کا کتنا طول ہوگا اور ۱۴ دو برابر تختے ہیں اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چڑا ہے اس کے نیچے کناروں کو جوڑ کر ایک میز بنایا گیا ہے اور اس میز کا عرض زیادہ سے زیادہ ۸ انچ ہو پس اگر وہ ۸ گز لمبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوس میں آئیں گے۔

(۱۴۷) مخروط مستدیر ناقص کے سروں کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہیں اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۴۸) ایک گولی کا قطر ۲۰ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۹۶ انچ ہو اس کا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۶۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کعبہ ۲۰ گز لمبا اور ۵ گز چڑا ہو اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو اور اس کے اون حصوں کے رقبہ بھی دریافت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کئے راوی میں

ملانے سے پیدا ہوں

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیواریں ۲۱ فیٹ لمبی اور ۵ فیٹ ۱۹ انچ چوڑی اور ۸ فیٹ ۸ انچ بلند ہیں اور ۹ پونڈ ۱۲ اشلنگ پینس کے اوپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے چھت کی رنگوائی میں اور کیا خرچ ہوگا۔

(۱۵۳) ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعوں میں ہر ایک فیٹ ۹ انچ لمبا اور باقی دو ضلعوں میں ہر ایک ۴ فیٹ ۲ انچ لمبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لمبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہیں۔

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر اڑھائے قائمے بنائی ہوئی کھینچی گئی ہیں اور ان کے طول ۱۳ اور ۱۷ انچ ہیں دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵۵) یورک شیر کے کونکہ کی کان کا رقبہ ۹۴ ۱/۲ مربع میل ہے اور اوسط کونکہ کے دل کا ۷۰ فیٹ ہے اگر ایک کعب گر کونکہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان میں ٹن کونکہ کا خرچ سا لیا نہ ہو تو بتاؤ کتنے برس تک اگر اسی طرح کونکہ خرچ ہوا کرے تو اسی کونکہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جائیگا۔

(۱۵۶) انگلستان میں جتنا کونکہ ایک سال میں صرف ہوتا ہے اگر اس کا چبوترہ ۱۰ ایکڑ کے مستطیل پر لگایا جائے تو بتاؤ اس کا ارتفاع کتنے گز کے قریب ہوگا۔

(۱۵۷) ایک کعب فیٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۶ ایکڑ پھیلتے ہیں تو موٹائی ورق کی انچ کے اعشاریہ میں دریافت کرو اور وہ ان تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمیں دو ہندسے ایسے ہوں کہ اون سے کچھ مفہوم ہوتا ہو۔

(۱۵۸) ایک کعب فٹسین تعداؤ گیلن کی تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۱۵۹) ایک انچ میل کل تار کھینچا گیا ہے اور ۱/۲ انچ قطر اس کا ہے تو بتاؤ تار کتنے انچ کے قریب ہوگا (۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں اگر وتر کے گرد یہ مثلث چکر کھائے

توجہ دو مخروط پیدا ہونگے اول کا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۱) ایک طرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اوپر چمکہ ڈھلنا نین ہے اور طرف کی قیمت ۵ روپیہ ۰ ار ۷ ۱/۲ روپیہ مربع گز کے حساب سے ہے تو بتاؤ کتنے گیلن اوس طرف میں پانی آئے گا۔

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فیٹ پیتل کا وزن ۸۵۰۰ اونس تھا یہی تو اس کے ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی پیم انچ ہے کیا ہوگا۔

(۱۶۳) شلت قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول میں ہیں وتر پر وہ حرکت کر کے جو دوسرا مخروط پیدا کریں اول کا حجم اور سطح دریافت کرو۔

(۱۶۴) دو گروں کے وزنوں میں نسبت ۹ اور ۴ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہیں اونکے وزنوں میں نسبت ۱۱ اور ۹ کی ہے تو بتاؤ اونکے قطروں میں کیا نسبت ہے۔

(۱۶۵) ایک تار سونے کا ۱۱ انچ موٹا ہے اس کا چمکنا بنایا گیا ہے جس کا قطر اندرونی ایک انچ ہے اب اس چمکے کے اندر جو سطح واقع ہے اوپر اوس قدر سونے کا گلت کیا ہے جس قدر کہ خود چمکنا وزن میں ہے تو بتاؤ گلت کا دل کیا ہے۔

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پا کر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اس کا قطر ۲ فیٹ ہی اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائم ہے اب اس مجسم کو پانی سے بھری ہوئی اسطوانہ میں ڈلوایا اور اس اسطوانہ کی ہی تراش مدور کا قطر ۲ فیٹ ہے اب جس مجسم کو ڈلوایا ہے اسکی یہ کیفیت ہے کہ اوس میں راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح آب سے ملا ہوا ہے تو بتاؤ اسطوانہ میں کس قدر پانی رہا۔

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۴ فیٹ قطر کا کچھ زمین میں گڑا ہے اور اوس کا منہ نیچے کی طرف ہے اور افقی المقام ہے اور زمین کے اوپر اس کا ایک تسائی حصہ دکھائی

دیتا ہے تو بتاؤ کتنی زمین کو دین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجائے۔

(۱۶۸) مخروط مستدینا قصب کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کیونچین کہ وہ دو براجمصول میں تقسیم ہو جائے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکے غلاف میں کتنے انچ کے قریب چمڑہ لگیگا (۱۷۰) پیسہ کا حجم گیلین میں دریافت کرو طول اوسکا ۵، ۴، ۳ انچ اور قطر متوسط ۲۸، ۲۷ اور قطر راس ۲۶، ۲۵ انچ۔

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہی اوسکا فرش ۹ بائی فیٹ کے حساب سے ہوا ہی اور اوسکے گرد مینڈبندی ۵ فیٹ کے حساب سے ہوئی ہے تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈبندی کی لاگت سے وہ نسبت ہی جو ۸۰:۳۸ کو ضلع کے سہ چند فٹوں کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکے فرش میں ۹ بائی فیٹ کے حساب سے اونٹن ہی خرچ ہوا ہو چنانہ فرش کے حساب سے اوسکے اضلاع مینڈبندی میں ہوا ہے۔

(۱۷۳) کسی خاص مرہم سے ایک سٹپیل ۲۰۲، انچ یعنی زیادہ اور ۲ انچ چوڑی کم ہے مگر رقبہ دونوں میں ایک ہی ہے تو شکل کیونچ کر ثابت کرو کہ مرہم کے ضلع میں تعداد انچوں کی برابر اوس خارج قسمت کے ہے جو ۲۰۲، اور ۲ کے حاصل ضرب کو اوسکے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کناروں کے ناپ میں غلطی سے ۲۰۲ ر ایکل انچ طول میں بڑہ گئے اور عرض میں ۲ ر انچ گٹ گئے اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کر کے حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر تھا تو صندوق کا حجم مکعب انچوں میں دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۶ انچ ہے اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کینچے گئے ہیں۔ نوان مخروط کے درمیان جو حصہ ارہ کا اُٹے اوسکا قریب یافت کرو۔
 (۱۷۶) ۲ انچ چڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ میں جب کا نصف قطر ۲ انچ ہے اس طرح
 کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ قطع کرتا ہے تو بتاؤ براہ او سین
 سے کتنا نکالا گیا ہے۔

(۱۷۷) ایک برتن لوہے کا مجسم توازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قاعدہ
 مربع ہے اور ایک اور برتن اسی طرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے
 اور ان پر تینوں کے دہکنے نین بنیں اور انکی شکلیں ایسی بنائی گئی ہیں کہ او نین ذرا ہی لوہ
 بیکار نین گیا عرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہیں تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے
 برتن کا لوہ ۹۲ حصے دوسرے برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوہ کی مثال میں اگر دہکنے ہی ہوتے تو ہی یہی نتیجہ نکلتا۔
 (۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہے اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لہا ہے اور مکعب کا
 کنارہ دریافت کرو جب کا حجم برابر مخروط کے ہو۔

(۱۸۰) اس دعویٰ کو مختلف شکلوں سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصوں میں تقسیم
 ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چیل چیل کر اسطوانہ
 مستدیر کی شکل کا بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تنائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو
 تو اسطوانہ کا حجم پندت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے حجم کے
 چار نوین حصے کے برابر ہوگا۔

جوابات

جہاں جواب پورے صحیح صحیح نہیں نکلتے وہاں تقریبی جواب لکے گئے ہیں وہ اصلی جوابوں
 سے کبھی چوٹے کبھی بڑے ہوتے ہیں۔

پانچویں فصل (۱) ۵۵ فیٹ (۲) ۸۵ فیٹ (۳) ۸۲ فیٹ ۱۰ انچ

- (۴) ۴۵ گز افیٹ (۵) ۵۵ م ۹۲ (۶) ۵۸۵ م ۹۶
- (۷) ۳۳۸ م ۶۹ (۸) ۱۸ م ۷۸ (۹) ۳۳۳ فیٹ (۱۰) ۲۲۵ فیٹ
- (۱۱) ۹۸ فیٹ ۹ اینچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۴۸۲ م ۵۴
- (۱۴) ۳۲۷ م ۳۱ (۱۵) ۳۲۱ م ۷۷ (۱۶) ۱۸۲ م ۱۱
- (۱۷) ۴۸۸ م ۱۹ + ۶۸۷ م ۵۷ (۱۸) ۱۲۴ م ۱۲ + ۲۰۱۲ م ۱۲ (۱۹) ۷۷ فیٹ
- (۲۰) ۲۴ + ۳۶ (۲۱) ۳۰ + ۱۴ (۲۲) ۲۴ م ۲۳ + ۵۶ م ۱۳ + ۱۸ م ۱۱
- (۲۳) ۵۵ م ۵۶ (۲۴) ۳۲ م ۵۸ فیٹ (۲۵) ۹۸ گز
- (۲۶) ۱۶ م ۹۷ فیٹ (۲۷) ۷۶ م ۵۷ فیٹ (۲۸) ۸۵ م ۸۵ فیٹ
- (۲۹) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۳۰) ۲۱ م ۹۱ اینچ
- (۳۱) ۱۱ م ۸۳ (۳۲) ۱۱ م ۳۹ (۳۳) ۱۰ م ۹۸ (۳۴) ۹۷ م ۳۳ (۳۵) ۹۷ م ۷۷
- چہٹی فصل** (۱) ۷۷ اینچ (۲) ۲۵ م ۹۸ اینچ (۳) ۴۰ فیٹ
- (۴) ۶۷ م ۷۷ فیٹ (۵) ۵۷ م ۲۲ اینچ (۶) ایک چوتھائی اینچ کو ایک میل سے۔
- (۷) ۶۸ میل (۸) ۳۰ اینچ (۹) ۹ م ۷۷ اینچ (۱۰) ۱۰ م ۷۷ اینچ
- (۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ۔
- ساتویں فصل** (۱) ۱۶ م ۷۷ فیٹ (۲) ۲۲ م ۲۲ فیٹ (۳) ۵ م ۷۷ اینچ
- (۴) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۵) ۳ م ۷۷ اینچ (۶) ۶۵ م ۷۷ فیٹ (۷) ۲۹ م ۷۷ فیٹ
- (۸) ۳۰ م ۷۷ فیٹ (۹) ۲۳ م ۷۷ فیٹ (۱۰) ۷۷ م ۷۷ اینچ (۱۱) ۷۷ م ۷۷ فیٹ
- (۱۲) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۱۳) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۱۴) ۷۷ م ۷۷ فیٹ
- آٹھویں فصل** (۱) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۲) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۳) ۷۷ م ۷۷ گز ۸ اینچ
- (۴) ۷۷ م ۷۷ گز (۵) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۶) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۷) ۷۷ م ۷۷ گز
- (۸) ۷۷ م ۷۷ فیٹ (۹) ۷۷ م ۷۷ گز

(۱۰) ۷۰ گز	(۱۱) ۲۳۸ گز	(۱۲) ۵۶۰ گز
(۱۳) ۳۱۸۳ فیٹ	(۱۴) ۷۹۵۷۷ فیٹ	(۱۵) ۵۰۵۴۳۰۳۱ فیٹ
(۱۶) ۷۰۶۰۲۸ گز	(۱۷) ۳۰۱۶	(۱۸) ۳۶۰
(۱۹) ۷۰۹۸۵۰ فیٹ	(۲۰) ۷۷۴۴۴۴۴۴ فیٹ	
نوعین فصل		
(۱) ۱۲۵۶۶۴۴۴۴ انچ	(۲) ۲۲۵۶۵۶۴۴ انچ	(۳) ۳۱۵۶۵۶۴۴ انچ
(۴) ۳۷۴۴	(۵) ۳۳۸ انچ	(۶) ۵۶۱۱۹ انچ
(۷) ۱۱۷۱۱۷ انچ	(۸) ۸۵۸۵۸۵۸۵ انچ	(۹) ۷۰۲۷۰۲۷۰۲۷ انچ
(۱۰) ۱۲۱۶۱۲۱۶ انچ	(۱۱) ۱۹۷۱۹۷ انچ	(۱۲) ۱۸۹۷۱۸۹۷ انچ
گیارہویں فصل		
(۱) ۱۹۷۱۹۷	(۲) ۵۷۷	(۳) ۷۷۷۷۷
(۴) ۱۱۳ گز فیٹ	(۵) ۵۲ گز فیٹ	(۶) ۸۸ گز فیٹ
(۷) ۳۳ گز فیٹ	(۸) ۶۴ گز فیٹ	(۹) ۶۴ گز فیٹ
(۱۰) ۳۳ گز فیٹ	(۱۱) ۱۶ انچ	(۱۲) ۳۳ گز فیٹ
(۱۳) ۱۳ گز فیٹ	(۱۴) ۵۲ انچ	(۱۵) ۱۵ ایکڑ پوٹ
(۱۶) ۵ ایکڑ پوٹ	(۱۷) ۱۵ ایکڑ پوٹ	(۱۸) ۱۵ ایکڑ پوٹ
(۱۹) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۰) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۱) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۲۲) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۳) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۴) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۲۵) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۶) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۷) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۲۸) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۲۹) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۰) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۳۱) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۲) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۳) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۳۴) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۵) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۶) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۳۷) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۸) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۳۹) ۷۰ ایکڑ پوٹ
(۴۰) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۴۱) ۷۰ ایکڑ پوٹ	(۴۲) ۷۰ ایکڑ پوٹ

- (۱۰۷) ۸ گز ۲۴ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ ۱/۲ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹ ۳/۴ پائی
 (۱۱۰) ۷ روپیہ ۵ ۱/۲ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷ ۱/۲ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳ ۱/۴ پائی
 (۱۱۳) ۵ روپیہ ۶ ۱/۲ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۶ ۱/۲ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳ ۱/۲ پائی
 (۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲ ۱/۲ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴ ۱/۲ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ
 (۱۱۹) ۲۸ ۱/۲ مربع گز ۸ روپیہ ۸ پائی و ۲۵ ۱/۲ گز (۱۲۰) ۹ گز ۱۰ ۱/۲ گز ۱۸۰ گز ۱۸ ۱/۲ انچ
 (۱۲۱) ۱۳ روپیہ ۲ (۱۲۲) ۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۳) ۱۱ روپیہ ۱۱ ۱/۲ پائی

بارہویں فصل

- (۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۷۷ مربع گز ۵ فیٹ (۳) ۲۴۹ مربع گز ۲ فیٹ ۷۲ انچ
 (۴) ۱۳ ایکڑ ۱۲ روڈ ۷۸۸۸ ۱/۲ پول (۵) ۲۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ
 (۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ و ۴ فیٹ ۶ انچ
 (۱۱) ۸۹۸۸ مربع فیٹ (۱۲) ۸۸۶۸۸ مربع فیٹ -

تیرہویں فصل

- (۱) ۷۲ مربع فیٹ (۲) ۲۱۲۵۵ فیٹ (۳) ۴۰ مربع ۱۸ مربع فیٹ ۸ مربع انچ
 (۴) ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۵۶۲۵۵ پول (۵) ۶۰۹۰ (۶) ۲۴۶۴۴ (۷) ۲۴۱۹۹۵
 (۸) ۲۱۴۲۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸ (۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰
 (۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰ (۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۶۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰
 (۱۸) ۶۶۹۹۰ (۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰
 (۲۱) ۲۶۹۰۵ (۲۲) ۲۰۰۹۷۶ (۲۳) ۲۴۱۲۴۹۱ (۲۴) ۴۶۳۱۷۵۷
 (۲۵) ۳۷۹۳۷۷۳ (۲۶) ۱۰۹۱۹۸۲ (۲۷) ۱۷۳۲۱۵۵۷۷۷۵
 (۲۸) ۱۰۲۶ ۱/۲ (۲۹) ۳۰۰۰ ۱/۲ (۳۰) ۳۰۰۰ ۱/۲
 (۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۴۵ فیٹ و ۵۴ ۱/۲ مربع فیٹ

سولہویں فصل (۱) ۱۳۸۶ (۲) ۱۷۵۷ (۳) ۱۳۶۹۰۲۸ (۴)

(۴) ۱۹۶۳ (۵) ۳۰۹۱۵۳۵ (۶) ۵۴۷۳۹۲۳ (۷)

(۷) ۵۱۶ (۸) ۵۸۷۸۶ (۹) ۲۸۳۵۳ (۱۰) ۱۲۵۶۱۶

(۱۱) ۳۰۱۷۷۹ (۱۲) ۲۹۷۸۱۹ (۱۳) ۲۸۳۵۳ (۱۴) ۱۲۵۶۱۶

(۱۵) ۲۸۳۵۳ (۱۶) ۱۵۰۹۲ (۱۷) ۱۵۰۹۲

(۱۸) ۱۱۶ (۱۹) ۱۱۶ (۲۰) ۱۱۶

(۲۱) ۱۱۶ (۲۲) ۱۱۶ (۲۳) ۱۱۶

(۲۴) ۱۱۶ (۲۵) ۱۱۶ (۲۶) ۱۱۶

(۲۷) ۱۱۶ (۲۸) ۱۱۶ (۲۹) ۱۱۶

(۳۰) ۱۱۶ (۳۱) ۱۱۶ (۳۲) ۱۱۶

(۳۳) ۱۱۶ (۳۴) ۱۱۶ (۳۵) ۱۱۶

(۳۶) ۱۱۶ (۳۷) ۱۱۶ (۳۸) ۱۱۶

(۳۹) ۱۱۶ (۴۰) ۱۱۶ (۴۱) ۱۱۶

(۴۲) ۱۱۶ (۴۳) ۱۱۶ (۴۴) ۱۱۶

سترہویں فصل

(۱) ۱۲۵۷۶۶ (۲) ۱۵۰۷۹۴۸ (۳) ۵۴۳۹۷۴۷

(۴) ۱۲۵۷۶۶ (۵) ۱۵۰۷۹۴۸ (۶) ۵۴۳۹۷۴۷

(۷) ۱۲۵۷۶۶ (۸) ۱۵۰۷۹۴۸ (۹) ۵۴۳۹۷۴۷

(۱۰) ۱۲۵۷۶۶ (۱۱) ۱۵۰۷۹۴۸ (۱۲) ۵۴۳۹۷۴۷

(۱۳) ۱۲۵۷۶۶ (۱۴) ۱۵۰۷۹۴۸ (۱۵) ۵۴۳۹۷۴۷

(۱۶) ۱۲۵۷۶۶ (۱۷) ۱۵۰۷۹۴۸ (۱۸) ۵۴۳۹۷۴۷

(۲۰) ۳۸۵۲۰ و ۴۸۴۴۸ فیٹ (۲۱) ۶۱۳۴۳ (۲۲) ۲۸۵۴۶

(۲۳) ۹۵۰۵۹ (۲۴) ۱۱۸۰ (۲۵) ۱۳۸۹ ام فیٹ

اشعار ہویں فصل

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۶۶۳۹۰۰ (۶) ۸۳۰۳ (۷) ۲۶۳۳۹ (۸) ۶۶۳۳۹

(۹) ۵۹۳۰۰۰ (۱۰) ۶۶۳۰۰ (۱۱) ۶۶۳۰۰ (۱۲) ۶۶۳۰۰

افیسوین فصل

(۱) ۳۲۴ (۲) ۶۵۳۴۸ (۳) ۱۱۳ (۴) ۱۱۳ (۵) ۲۲ (۶) ۶۶۳۳۶ (۷) ۶۶۳۳۶ (۸) ۶۶۳۳۶ (۹) ۶۶۳۳۶ (۱۰) ۶۶۳۳۶ (۱۱) ۶۶۳۳۶ (۱۲) ۶۶۳۳۶ (۱۳) ۶۶۳۳۶ (۱۴) ۶۶۳۳۶ (۱۵) ۶۶۳۳۶ (۱۶) ۶۶۳۳۶ (۱۷) ۶۶۳۳۶ (۱۸) ۶۶۳۳۶ (۱۹) ۶۶۳۳۶ (۲۰) ۶۶۳۳۶

(۲۱) ۶۶۳۳۶ (۲۲) ۶۶۳۳۶ (۲۳) ۶۶۳۳۶ (۲۴) ۶۶۳۳۶ (۲۵) ۶۶۳۳۶ (۲۶) ۶۶۳۳۶ (۲۷) ۶۶۳۳۶ (۲۸) ۶۶۳۳۶ (۲۹) ۶۶۳۳۶ (۳۰) ۶۶۳۳۶

(۳۱) ۶۶۳۳۶ (۳۲) ۶۶۳۳۶ (۳۳) ۶۶۳۳۶ (۳۴) ۶۶۳۳۶ (۳۵) ۶۶۳۳۶ (۳۶) ۶۶۳۳۶ (۳۷) ۶۶۳۳۶ (۳۸) ۶۶۳۳۶ (۳۹) ۶۶۳۳۶ (۴۰) ۶۶۳۳۶

(۴۱) ۶۶۳۳۶ (۴۲) ۶۶۳۳۶ (۴۳) ۶۶۳۳۶ (۴۴) ۶۶۳۳۶ (۴۵) ۶۶۳۳۶ (۴۶) ۶۶۳۳۶ (۴۷) ۶۶۳۳۶ (۴۸) ۶۶۳۳۶ (۴۹) ۶۶۳۳۶ (۵۰) ۶۶۳۳۶

(۵۱) ۶۶۳۳۶ (۵۲) ۶۶۳۳۶ (۵۳) ۶۶۳۳۶ (۵۴) ۶۶۳۳۶ (۵۵) ۶۶۳۳۶ (۵۶) ۶۶۳۳۶ (۵۷) ۶۶۳۳۶ (۵۸) ۶۶۳۳۶ (۵۹) ۶۶۳۳۶ (۶۰) ۶۶۳۳۶

(۶۱) ۶۶۳۳۶ (۶۲) ۶۶۳۳۶ (۶۳) ۶۶۳۳۶ (۶۴) ۶۶۳۳۶ (۶۵) ۶۶۳۳۶ (۶۶) ۶۶۳۳۶ (۶۷) ۶۶۳۳۶ (۶۸) ۶۶۳۳۶ (۶۹) ۶۶۳۳۶ (۷۰) ۶۶۳۳۶

(۷۱) ۶۶۳۳۶ (۷۲) ۶۶۳۳۶ (۷۳) ۶۶۳۳۶ (۷۴) ۶۶۳۳۶ (۷۵) ۶۶۳۳۶ (۷۶) ۶۶۳۳۶ (۷۷) ۶۶۳۳۶ (۷۸) ۶۶۳۳۶ (۷۹) ۶۶۳۳۶ (۸۰) ۶۶۳۳۶

(۸۱) ۶۶۳۳۶ (۸۲) ۶۶۳۳۶ (۸۳) ۶۶۳۳۶ (۸۴) ۶۶۳۳۶ (۸۵) ۶۶۳۳۶ (۸۶) ۶۶۳۳۶ (۸۷) ۶۶۳۳۶ (۸۸) ۶۶۳۳۶ (۸۹) ۶۶۳۳۶ (۹۰) ۶۶۳۳۶

(۹۱) ۶۶۳۳۶ (۹۲) ۶۶۳۳۶ (۹۳) ۶۶۳۳۶ (۹۴) ۶۶۳۳۶ (۹۵) ۶۶۳۳۶ (۹۶) ۶۶۳۳۶ (۹۷) ۶۶۳۳۶ (۹۸) ۶۶۳۳۶ (۹۹) ۶۶۳۳۶ (۱۰۰) ۶۶۳۳۶

بایسوین فصل

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۶۶۳۹۰۰ (۶) ۸۳۰۳ (۷) ۲۶۳۳۹ (۸) ۶۶۳۳۹ (۹) ۵۹۳۰۰۰ (۱۰) ۶۶۳۰۰ (۱۱) ۶۶۳۰۰ (۱۲) ۶۶۳۰۰ (۱۳) ۶۶۳۰۰ (۱۴) ۶۶۳۰۰ (۱۵) ۶۶۳۰۰ (۱۶) ۶۶۳۰۰ (۱۷) ۶۶۳۰۰ (۱۸) ۶۶۳۰۰ (۱۹) ۶۶۳۰۰ (۲۰) ۶۶۳۰۰

(۲۱) ۶۶۳۰۰ (۲۲) ۶۶۳۰۰ (۲۳) ۶۶۳۰۰ (۲۴) ۶۶۳۰۰ (۲۵) ۶۶۳۰۰ (۲۶) ۶۶۳۰۰ (۲۷) ۶۶۳۰۰ (۲۸) ۶۶۳۰۰ (۲۹) ۶۶۳۰۰ (۳۰) ۶۶۳۰۰ (۳۱) ۶۶۳۰۰ (۳۲) ۶۶۳۰۰ (۳۳) ۶۶۳۰۰ (۳۴) ۶۶۳۰۰ (۳۵) ۶۶۳۰۰ (۳۶) ۶۶۳۰۰ (۳۷) ۶۶۳۰۰ (۳۸) ۶۶۳۰۰ (۳۹) ۶۶۳۰۰ (۴۰) ۶۶۳۰۰

(۴۱) ۶۶۳۰۰ (۴۲) ۶۶۳۰۰ (۴۳) ۶۶۳۰۰ (۴۴) ۶۶۳۰۰ (۴۵) ۶۶۳۰۰ (۴۶) ۶۶۳۰۰ (۴۷) ۶۶۳۰۰ (۴۸) ۶۶۳۰۰ (۴۹) ۶۶۳۰۰ (۵۰) ۶۶۳۰۰ (۵۱) ۶۶۳۰۰ (۵۲) ۶۶۳۰۰ (۵۳) ۶۶۳۰۰ (۵۴) ۶۶۳۰۰ (۵۵) ۶۶۳۰۰ (۵۶) ۶۶۳۰۰ (۵۷) ۶۶۳۰۰ (۵۸) ۶۶۳۰۰ (۵۹) ۶۶۳۰۰ (۶۰) ۶۶۳۰۰

(۶۱) ۶۶۳۰۰ (۶۲) ۶۶۳۰۰ (۶۳) ۶۶۳۰۰ (۶۴) ۶۶۳۰۰ (۶۵) ۶۶۳۰۰ (۶۶) ۶۶۳۰۰ (۶۷) ۶۶۳۰۰ (۶۸) ۶۶۳۰۰ (۶۹) ۶۶۳۰۰ (۷۰) ۶۶۳۰۰ (۷۱) ۶۶۳۰۰ (۷۲) ۶۶۳۰۰ (۷۳) ۶۶۳۰۰ (۷۴) ۶۶۳۰۰ (۷۵) ۶۶۳۰۰ (۷۶) ۶۶۳۰۰ (۷۷) ۶۶۳۰۰ (۷۸) ۶۶۳۰۰ (۷۹) ۶۶۳۰۰ (۸۰) ۶۶۳۰۰

(۱۲) ۶۶ فیٹ ۱۲۹۶ انچ (۱۳) ۹ انچ (۱۴) ۳۲ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ
 (۱۷) ۲۰ فیٹ (۱۸) ۴ فیٹ ۸ انچ (۱۹) ۷ فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۳۴ فیٹ ۲۰ انچ
 (۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۲۳۱۴ (۲۴) ۳۶۰۵
 (۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵
 (۲۹) ۳۱۲۵۵۸۷۵ (۳۰) ۴ فیٹ (۳۱) ۴ فیٹ (۳۲) ۱۵۳۶۰ (۳۳) ۳۸۴
 (۳۴) ۴۰۰۰۰ راکٹ انچ کا (۳۵) ۳۵۳۱۴ (۳۶) ۱۴ پونڈ
 (۳۷) ۱۱۶۱۰۹ انش (۳۸) ۱۳۱۴ (۳۹) ۱۴۸ (۴۰) ۱۴ پونڈ و ۱۴ پونڈ
 (۴۱) ۲۹۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۳) ۶۸۱۰ (۴۴) ۱۴ پونڈ و ۱۴ پونڈ
 (۴۵) ۱۰ فیٹ ۶ انچ (۴۶) ۲۶ فیٹ (۴۷) ۲۶ فیٹ (۴۸) ۲۶ فیٹ
 (۴۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۱) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۲) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۵۳) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۴) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۵) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۶) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۵۷) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۸) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۵۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۶۱) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۲) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۳) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۴) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۶۵) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۶) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۷) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۶۸) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۶۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۱) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۲) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۷۳) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۴) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۵) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۶) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۷۷) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۸) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۷۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۸۱) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۲) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۳) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۴) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۸۵) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۶) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۷) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۸۸) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۸۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۱) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۲) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۹۳) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۴) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۵) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۶) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ
 (۹۷) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۸) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۹۹) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ (۱۰۰) ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱	(۳۷) ۸ روپیہ ۵/۶ پائی	(۳۸) ۱۰/۶۱ انچ
(۳۹) ۸۸۰۰۶۱ فیٹ	(۴۰) ۴۴۲۰۲۰۲۴ فیٹ	(۴۱) ۷۸ راکمب فیٹ
(۴۲) ۷۰۶۸۶ فیٹ	(۴۳) ۷۷۷۱۵ راکمب فیٹ	(۴۴) ۳۷۳ پونڈ
(۴۵) ۶۵۴ پونڈ	(۴۶) ۲ پونڈ ۷ اشنگ ۳ فیٹ	(۴۷) ۲۴۶۷۷ پونڈ
(۴۸) ۴۳۳ راکمب انچ	(۴۹) ۲۵۹۸ راکمب فیٹ	(۵۰) ۲۱۶ راکمب انچ کا
(۵۱) ۹۰ راکمب فیٹ	(۵۲) ۳۳۳۵ انچ	(۵۳) ۴۶۴۷ فیٹ
(۵۴) ۱۵۱۵۵ انچ	(۵۵) ۹۲۷ فیٹ	(۵۶) ۵۱۶۱ انچ
چوبیسویں فصل		
(۶) ۳۹۱/۱۶	(۷) ۱۰۵/۵	(۸) ۲/۷
(۹) ۳۹۱/۱۶	(۱۰) ۴۳/۷	(۱۱) ۳۸۸ انچ
پچیسویں فصل		
(۱) ۴ فیٹ ۳۶۲ انچ	(۲) ۱۷ فیٹ ۸۹۶ انچ	(۳) ۳۲ فیٹ ۷۰ انچ
(۴) ۵ فیٹ ۱۱۲ انچ	(۵) ۵۹۶/۱۹	(۶) ۸۳۷۸۵
(۷) ۹۸۷۷۹۸	(۸) ۲۳۷۸۵۷۱	(۹) ۱۶/۷۵۵
(۱۰) ۱۴/۱۴	(۱۱) ۹۷۹۰۵	(۱۲) ۱۰۷۷۲/۱۲
(۱۳) ۴ فیٹ ۳ انچ	(۱۴) ۳۲ فیٹ ۳ انچ	(۱۵) ۳۰ فیٹ
(۱۶) ۷۹۷۹ انچ	(۱۷) ۲۷۸۴۷ فیٹ	(۱۸) ۲۷۱۲/۳ فیٹ
(۱۹) ۲۸۵۳ راکمب فیٹ	(۲۰) ۷۰۷۲۹۳۵ فیٹ	(۲۱) ۶۶۶۶۶۶۶ راکمب فیٹ
(۲۲) ۲۸۸ راکمب ۲۰۶ راکمب	(۲۳) ۱۹۲۰۰۰ راکمب فیٹ	(۲۴) ۴۴۷۸ راکمب فیٹ
(۲۵) ۱۱۶ راکمب	(۲۶) ۳۶۴۰ راکمب فیٹ	(۲۷) ۳۱۷۸ راکمب فیٹ
(۲۸) ۲۳۱۵ راکمب فیٹ	(۲۹) ۳۹۱۸ راکمب فیٹ	(۳۰) ۳۳۹۲۲۸ راکمب فیٹ
(۳۱) ۲۳۱۵ راکمب فیٹ	(۳۲) ۴۲۵۷۲	(۳۳) ۳۱۱۶/۳
(۳۴) ۱۰۸۷ راکمب فیٹ	(۳۵) ۱۶۲۲۲ راکمب فیٹ	(۳۶) ۴۶۷۲/۱۰ فیٹ

- (۱۰) ۱۵۴۹۹ (۱۱) ۱۰۴۴۳ (۱۲) ۱۲۳۹۸۸ (۱۳) ۲۰۷۳ (۱۴) ۲۷۲ منٹ
- (۱۵) ۱۹۷۹۲۰۸ مکعب فیٹ (۱۶) ۶۴۹۴ پونڈ
- (۱۷) ۱۴۳۴ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳ پونڈ چٹانک (۱۹) ۲۲۷۲۳۴ (۲۰) ۲۹۹۳ سیر
- (۲۱) ۶۳۶۲۱ سیر (۲۲) ۳۱۹۴ پونڈ (۲۳) ۱۱۱ پونڈ (۲۴) ۵۲۲۷۷۷ اوٹس
- (۲۵) ۲۹۲۷۲ اوٹس (۲۶) ۱۲۱۱۱ پونڈ (۲۷) ۵۴۹ پونڈ
- (۲۸) ۲۸۷۸۷ پونڈ (۲۹) ۲۲۲ پونڈ (۳۰) ۲۲۲ پونڈ (۳۱) ۲۲۲ پونڈ (۳۲) ۳۲۲ پونڈ
- (۳۳) ۱۹۲۸ انچ (۳۴) ۴۵۴۵ مکعب انچ (۳۵) ۴۵۴۵ گنے کے قریب
- (۳۶) ۱۷۱۲ انچ (۳۷) ۲۴۸۱ انچ (۳۸) ۱۷۱۲ انچ
- (۳۹) ۵۰۷۵ انچ (۴۰) ۱۴۱۴ انچ (۴۱) ۴۱۴ انچ کے قریب (۴۲) ۱۰۱۰۳ انچ
- تیسویں فصل** (۴۳) ۴۳۸۴ مکعب انچ (۴۴) ۲۰۷۳ مکعب فیٹ
- (۴۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۴۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۴۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۴۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۴۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۵۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۵۱) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۵۲) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۵۳) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۵۴) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۵۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۵۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۵۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۵۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۵۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۶۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۶۱) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۶۲) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۶۳) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۶۴) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۶۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۶۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۶۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۶۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۶۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۷۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۷۱) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۷۲) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۷۳) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۷۴) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۷۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۷۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۷۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۷۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۷۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۸۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۸۱) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۸۲) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۸۳) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۸۴) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۸۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۸۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۸۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۸۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۸۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۹۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۹۱) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۹۲) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۹۳) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۹۴) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۹۵) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۹۶) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۹۷) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۹۸) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ
- (۹۹) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ (۱۰۰) ۴۳۸۴ مکعب فیٹ

(۶) ۷۲۸۳۲ م فیٹ	(۷) ۱۶۲۹۲۵۲ م فیٹ	(۸) ۱۱۰۵۲۸۴ م	انچ
(۹) ۷۱۶۹۲ م فیٹ	(۱۰) ۲۴۱۶۷۳ م فیٹ	(۱۱) ۱۹۲۲ م	انچ
(۱۲) ۷۷۵ م	(۱۳) ۱۲۱۶۶۶ م	(۱۴) ۱۳۵۴ م	انچ
(۱۵) ۴۰۹ م	(۱۶) ۲۲۶ م	(۱۷) ۱۹۶۳۵ م	فیٹ
(۱۸) ۳۸۲ م	(۱۹) ۶۲۸۳۲ م	(۲۰) ۶۸۵۴ م	انچ
(۲۱) ۳۷۵ م	(۲۲) ۵۹۳ م	(۲۳) ۴۳۰ م	(۲۴) ۴۰۰ م
(۲۵) ۵۰۵۵ م	(۲۶) ۵۸۳۳ م	(۲۷) ۵۵۱۲ م	(۲۸) ۶۹۴۴ م
(۲۹) ۵۶۰۸ م	(۳۰) ۸۰۸۸ م	(۳۱) ۵۸۶۰۰ م	فیٹ
(۳۲) ۱۸۶۸۳ م	انچ		
پنٹیسون فصل			
(۱) ۷۸۳۳۹ م	(۲) ۶۲۸۳۲ م	(۳) ۵۹۳۸۳ م	انچ
(۴) ۸۰ م	(۵) ۱۱۷۸ م	(۶) ۱۳۰۳ م	
(۷) ۲۵۶۹۱ م	(۸) ۸۶۸۱۵ م	(۹) ۶۸۵۴ م	
(۱۰) ۸۹۷۹۸ م	(۱۱) ۱۵۱۹۲ م	(۱۲) ۴۶۴۴ م	انچ
چتیسون فصل			
(۱) ۷۸۵ م	(۲) ۱۲۷۳ م	(۳) ۱۵۸۳۳ م	
(۴) ۳۴۱۸۰ م	(۵) ۲۰۳۵۷ م	(۶) ۵۴۹۷۸ م	
(۷) ۱۷۰۹۰ م	(۸) ۲۱۰۸۰ م	(۹) ۷۷۳۸۷ م	
(۱۰) ۲۹۷۰۹ م	(۱۱) ۸۵۴۵۲ م	(۱۲) ۳۷۶۹۹ م	
(۱۳) ۳۷۶۹۹ م	(۱۴) ۲۱۲۳۸۰ م	(۱۵) ۲۱۳۷۸ م	
(۱۶) ۳۸۵۲۷ م	(۱۷) ۲۲۸۳۱ م	(۱۸) ۲۲۸۳۱ م	
(۱۹) ۲۲۸۳۱ م	(۲۰) ۱۳۰ م	(۲۱) ۲۲۸۳۱ م	
(۲۲) ۷۲۹ م	(۲۳) ۵۲ م	(۲۴) ۸۸۳۵ م	فیٹ
(۲۵) ۹۲۵ م	(۲۶) ۹۹۸ م	(۲۷) ۲۸ م	گز کے قریب
(۲۸) ۲۲۷ م	(۲۹) ۴۲۷۸۸ م	(۳۰) ۴۲۷۸۸ م	گز کے قریب

۶۰۱۰۷۴ (۳۵)

۶۲۷۹۸۸ (۳۴)

۶۵۱۱۴۷ (۳۳)

۲۸۱۷۲ (۳۸)

۲۸۷۰۱ (۳۷)

۳۳۹۸۹ (۳۶)

۶۰۱۵۴ (۴۰)

۶۷۳۳۵ (۳۹)

سینتیسون فضل
 (۱) ۷۴۱ م انچ (۲) ۲۷۳ م انچ
 (۳) ۲۵۱۲۳۶۸ م انچ (۴) ۲۲۵۲۲۹ م فیٹ (۵) ۱۱۰۲۷۰ م فیٹ
 (۶) ۹۷۴۷۹ م انچ (۷) ۸۹۲ م فیٹ (۸) ۵۷۳۹ م فیٹ
 (۹) ۸۵۲۹۷ م فیٹ (۱۰) ۲۲۹۷۰ م انچ (۱۱) ۸۰۱۱ م فیٹ
 (۱۲) ۲۹۲۹ م فیٹ (۱۳) ۲۲۱۷۵ م انچ (۱۴) ۳۲۱۷۰ م انچ
 (۱۵) ۲۰۸۲ م (۱۶) ۱۷۱۲۲ م (۱۷) ۲۶۲۶ م

(۱۸) ۱۷۵۱۵ م (۱۹) ۲۲۸ م (۲۰) ۱۰۵ کے قریب
 اڑتیسون فضل
 (۱) ۱۷۱۲۳۱ م انچ (۲) ۲۸۲۷۱ م انچ
 (۳) ۷۰۸۲۱ م فیٹ (۴) ۳۲۲۷۱ م انچ (۵) ۵۰۹۳ م فیٹ
 (۶) ۳۸۰۳۸ م فیٹ (۷) ۲۸۲۱۱ م انچ (۸) ۵۱۳۵ م فیٹ
 (۹) ۸۸۶ م فیٹ (۱۰) ۱۰۴۸ م مکعب فیٹ (۱۱) ۳۳۲۳۵ م مکعب فیٹ
 (۱۲) ۳۱۵۷۴ م مکعب فیٹ (۱۳) ۸۰۰۸ م مکعب فیٹ
 (۱۴) ۷۷۱۳ م مکعب فیٹ (۱۵) ۳۹۸۴ م فیٹ
 (۱۶) اسطوانہ ۷۱۴ م مکعب انچ کرہ ۸۸۸ م مکعب انچ
 (۱۷) مکعب ایک مکعب فیٹ کرہ ۳۱۲ م مکعب فیٹ
 (۱۸) اسطوانہ ۷۲۸۲ م مکعب کرہ ۷۹۵ م مکعب فیٹ
 (۱۹) مکعب ۷ م فیٹ کرہ ۸۳۶ م فیٹ
 (۲۰) اسطوانہ ۸۹۶ م فیٹ کرہ ۶۶۶ م فیٹ

اوتالیسویں فصل (۱) ۸۵۰ م انچ (۲) ۴۵ م فیٹ

(۳) ۴۰۴۷۸ م انچ (۴) ۲۹۰۰۹ م فیٹ (۵) ۳۶۳۲۳ م فیٹ

(۶) ۲۳۱۲۲ م انچ (۷) ۳۳۳۶۲ م فیٹ (۸) ۹۹۹۹ م انچ

(۹) ۳۹۷۹۴ م فیٹ (۱۰) ۳۲۸۸۹ م انچ

(۱۱) ۳۰۸۹۳ م فیٹ (۱۲) ۸۷۷۷۷ م فیٹ

(۱۳) ۸۴۲۴ م فیٹ (۱۴) ۷۱۴۷۷ م انچ

(۱۵) ۳۴۳۳ م فیٹ (۱۶) ۲۲۲۱ م انچ (۱۷) $\frac{1}{2}$

(۱۸) $\frac{3}{4}$ (۱۹) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا (۲۰) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا۔

چالیسویں فصل (۱) ۷۷ روپیہ ار (۲) ۶۵۴ روپیہ (۳) ۸۳۶ روپیہ ۲ پائی

(۴) ۵۶۶ روپیہ ۹ (۵) ۶۲ روپیہ ۸ (۶) $\frac{1}{2}$ فیٹ لٹرا

(۷) ۳۷۸ روپیہ ۳ (۸) ۱۹۶ روپیہ ۱ چٹانک (۹) $\frac{3}{4}$

(۱۰) پونڈ ۶ شنگ ۵ پینس (۱۱) ۴۷ روپیہ ۲ کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ

(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸ (۱۴) ۴۳۴ روپیہ ۱۵ (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸

(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰

(۱۹) ۹۶ روپیہ ۶ (۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸

اکتالیسویں فصل (۱) ۵۷۲ (۲) ۳۴ (۳) ۱۰۲ روپیہ ۸ (۴) $\frac{3}{4}$

(۵) ۸۱ روپیہ ۸ (۶) ۵۷ روپیہ ۸ (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶ پونڈ ۱۰ شنگ

(۹) ۲۵ پونڈ ۸ پینس (۱۰) ۶۲ پونڈ ۱۰ شنگ (۱۱) ۱۲۶ روپیہ (۱۲) ۷۱۲ روپیہ ۸

(۱۳) $\frac{1}{2}$ (۱۴) ۱۲۶ روپیہ (۱۵) ۴۱ روپیہ (۱۶) ۱۶۲ روپیہ

بالیسویں فصل (۱) ۳۹۳ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) $\frac{1}{2}$

(۵) $\frac{1}{2}$ (۶) $\frac{1}{2}$ (۷) $\frac{1}{2}$ (۸) $\frac{1}{2}$ (۹) $\frac{1}{2}$

(۸) ۵۱ (۹) ۱۶۲ (۱۱) ۳۱۵ (۱۲) ۲۵۴ (۱۳) ۱۰۳ (۱۴) ۰۶۲ (۱۵) ۰۶۲

(۱۶) ۱۰۸ (۱۷) ۰۶۸

متفرقات مشالوں کے جواب

(۱) ۹۰ فٹ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) ۱۰ ایکڑ و ۹۰ ایکڑ (۴) ۵۰ فٹ (۵) ۲۰۰ فٹ (۶) ۹۰ فٹ

(۷) ۱۰۰ روپیہ (۸) ۵۲ روپیہ (۹) ۱۴۱ روپیہ (۱۰) ۳۵۹۴ ایکڑ

(۱۱) ۲۳ فٹ (۱۲) ۲۵ فٹ (۱۳) $\frac{5}{4}$ میل (۱۴) ۱۹۳۴۰۰ (۱۵) ۲۰ (۱۶) ۱۰

(۱۷) ۹۰ فٹ (۱۸) ۱۰ (۱۹) ۱۳ (۲۰) ۸ (۲۱) ۵ (۲۲) ۱۰ (۲۳) ۱۰

(۲۴) ۸۰ روپیہ (۲۵) ۱۰ (۲۶) ۳۵۹۸ (۲۷) ۱۰ (۲۸) ۱۰

(۲۹) ۲۱۰ فٹ (۳۰) ۱۱۲۰ (۳۱) ۲۴۲ ایکڑ (۳۲) ۲۴۲ (۳۳) ۲۴۲

(۳۴) ۵۰ فٹ (۳۵) ۱۰ (۳۶) ۸۰ (۳۷) ۱۰ (۳۸) ۱۰ (۳۹) ۱۰ (۴۰) ۱۰

(۴۱) ۱۰ روپیہ (۴۲) ۱۰ (۴۳) ۱۰ (۴۴) ۱۰ (۴۵) ۱۰ (۴۶) ۱۰

(۴۷) ۳۴۸ فٹ (۴۸) ۴۴۴ فٹ (۴۹) ۴۴۴ فٹ (۵۰) ۱۰ فٹ

(۵۱) ۱۰ (۵۲) ۱۰ (۵۳) ۱۰ (۵۴) ۱۰ (۵۵) ۱۰ (۵۶) ۱۰

(۵۷) ۳۴۴۰ (۵۸) ۳۴۴۰ (۵۹) ۳۴۴۰ (۶۰) ۳۴۴۰

(۶۱) ۲۸ روپیہ (۶۲) ۱۲ روپیہ (۶۳) ۵۰ (۶۴) ۵۰

(۶۵) ۱۰ فٹ (۶۶) ۲۰ فٹ (۶۷) ۱۰ فٹ (۶۸) ۱۰ فٹ

(۶۹) ۱۰ فٹ (۷۰) ۱۰ فٹ (۷۱) ۱۰ فٹ (۷۲) ۱۰ فٹ

(۷۳) ۲۲۴ روپیہ (۷۴) ۱۰ روپیہ (۷۵) ۱۰ روپیہ (۷۶) ۱۰ روپیہ

(۷۷) ۱۰ فٹ (۷۸) ۱۰ فٹ (۷۹) ۱۰ فٹ (۸۰) ۱۰ فٹ

(۸۱) ۱۰ فٹ (۸۲) ۱۰ فٹ (۸۳) ۱۰ فٹ (۸۴) ۱۰ فٹ

(۸۵) ۱۰ فٹ (۸۶) ۱۰ فٹ (۸۷) ۱۰ فٹ (۸۸) ۱۰ فٹ

۸۱۹۲۰ (۵۹)	۵۴۱۵۴۲ (۵۹)	۹۷ روپیہ ۱۵
۳۶۰۰ (۶۱)	۵ (۶۲) انچ	۱۳۰۲ (۶۳) ۱/۲ سیر
۲۷۵۹۲۵ (۶۴)	۴ (۶۵) فٹ	۳۳۴ (۶۶) ۱/۲ پونڈ
۳۲۰ (۶۷) ۱/۸	۳۵۲۰۷۳۱ (۶۸) ۱/۴ روپیہ	۵۴۴ (۶۹)
۴۷ (۷۰) مکعب فٹ	۱۲۲ (۷۱)	۲۵ (۷۲) انچ
۴۸۰ (۷۳)	۲۵ (۷۴) فٹ ۴ انچ	
۲۲۵۲۲ (۷۵) انچ	۱۷ (۷۶) فٹ ۱۱	۵۳۱ (۷۷) مکعب فٹ
۱۳۱۴ (۷۸) مکعب فٹ	۳۷۵ (۷۹) پونڈ ۱۱	۱۱ پونڈ ۱۲ شنگ پین
۳۸۳ (۸۰) اوراکی	۵ (۸۱) فٹ	۱۷۷۷۸۴ (۸۲) ۲۱ (۸۳)
۲۷ (۸۴) انچ	۱۲ (۸۵) شنگ پین	۷۸۹ (۸۶) ۲ (۸۷) فٹ ۶ انچ
۳۷۵۹۹۲ (۸۸) مکعب انچ	۳۷۵۳۹۸۴ (۸۹) مکعب انچ	۳۰۴ (۹۰) مکعب انچ
۷۷۵۴ (۹۰) مکعب انچ	۷۷۱ (۹۱)	۱۹۷۴ (۹۲) پونڈ
۷۰۰۴ (۹۳) انچ	۷۴۸ (۹۴)	۳۲۷ (۹۵) ۱/۲ پونڈ
۵۲ روپیہ (۹۶)	۳۷۸۰ (۹۷) پونڈ ۵۹	۱۴ (۹۸) ۱/۲ انچ
۳۵۳۸۵۹۲ (۹۹) فٹ	۷۳ (۱۰۰) ۱/۲	۵۱۲ (۱۰۱)
۲۷۷۲۸۱۲ (۱۰۲) فٹ	۹۰۱۹ (۱۰۳) انچ	۱۰ (۱۰۴) چوگنا
۴۲۳۰۷۹۱ (۱۰۵)	۳۰۳۰۱ (۱۰۶) ۱/۲ پونڈ	۱۰۵ (۱۱۱) ۱/۲
۱۰۲۰۹ (۱۱۲) روپیہ ۶	۳۸۲۱ (۱۱۳) انچ	۱۲۸۰۰ (۱۱۴) سیر
۱۸۸۵۷۴ (۱۱۵) مکعب فٹ	۷۷۵۳۸۸ (۱۱۶) مکعب فٹ	۲۷۱۴۲ (۱۱۷) فٹ
۷۷۵۳۲۷۲ (۱۱۸) مکعب فٹ	۷۷۵۳۲۷۲ (۱۱۹) پونڈ ۱۱	۱۳۰۳۴ (۱۲۰) مکعب فٹ
۲۲ (۱۲۱) مکعب فٹ	۵۸۰۸۰۰ (۱۲۲) پونڈ	۷۲۳ (۱۲۳) ۹۰۰

۱۰
 ۱۱
 ۱۲
 ۱۳
 ۱۴
 ۱۵
 ۱۶
 ۱۷
 ۱۸
 ۱۹
 ۲۰
 ۲۱
 ۲۲
 ۲۳
 ۲۴
 ۲۵
 ۲۶
 ۲۷
 ۲۸
 ۲۹
 ۳۰
 ۳۱
 ۳۲
 ۳۳
 ۳۴
 ۳۵
 ۳۶
 ۳۷
 ۳۸
 ۳۹
 ۴۰
 ۴۱
 ۴۲
 ۴۳
 ۴۴
 ۴۵
 ۴۶
 ۴۷
 ۴۸
 ۴۹
 ۵۰
 ۵۱
 ۵۲
 ۵۳
 ۵۴
 ۵۵
 ۵۶
 ۵۷
 ۵۸
 ۵۹
 ۶۰
 ۶۱
 ۶۲
 ۶۳
 ۶۴
 ۶۵
 ۶۶
 ۶۷
 ۶۸
 ۶۹
 ۷۰
 ۷۱
 ۷۲
 ۷۳
 ۷۴
 ۷۵
 ۷۶
 ۷۷
 ۷۸
 ۷۹
 ۸۰
 ۸۱
 ۸۲
 ۸۳
 ۸۴
 ۸۵
 ۸۶
 ۸۷
 ۸۸
 ۸۹
 ۹۰
 ۹۱
 ۹۲
 ۹۳
 ۹۴
 ۹۵
 ۹۶
 ۹۷
 ۹۸
 ۹۹
 ۱۰۰

ذخیرہ کافی اسین ہندوستان کی تمام نوید و سنیوں کے سوالات امتحانی صلح سال شریف
 کلاس کے شرح و سوالات انتخابیہ بعض اصول قواعد و لغت مولوی احمد علی صاحب
 مدرس ریاضی ڈسٹرکٹ اسکول دہلی
 انتخاب ہندی احباب حصہ دوم
 رسالہ سوغات اعتراف و جزو ہذا المکتبہ بین ہذا المکتبہ لکھنے کی ترکیب کچھ نکاح
 ہندی احباب حصہ چہارم
 سراج احباب حصہ سوم
 زبان حساب
 پیشکش کاغذات امتحان جہین باچہ سوالات مع جواب ہین
 علوم جبر مقابلہ
 نوڈ ہنٹر کا جبر مقابلہ جزو
 کلان
 شرح
 رسالہ معاملات
 برتار و مسندہ کا جبر مقابلہ
 ہین ہنر کا جبر مقابلہ پیپ رہا ہے
 علم ہندوستان
 نوڈ ہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالہ شرح و نتائج
 اقلیدس مقالہ اول و دوم
 شرح ایضاً سوالات و نتائج
 نتائج مقالہ اول و دوم
 ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم
 نتائج مقالہ پنجم و ششم و ہفتم
 رسالہ تراشہ خرد و خردی مع شرح و سوالات جو شخص تحریر اقلیدس جانتا ہے
 وہ اس کتاب کو سمجھ سکتا ہے
 علم مساحت
 رسالہ مساحت کلان نوڈ ہنٹر
 شرح رسالہ مساحت کلان نوڈ ہنٹر در دو حصہ ہر حصہ قیمت ۴
 رسالہ مساحت خرد نوڈ ہنٹر براسہ ہند

۱۰	۱۲	شرح ایضاً	۲
۱۰	۱۳	رسالہ صاحب مور صاحب	۵
۱۰	۱۲	رسالہ سوالات مساحت زمین ۱۲۲ سوال مع حل ہیں	۶
۱۰	۱۲	علم مثلث	
۱۰	۱۲	رسالہ علم مثلث مستوی ٹوڈ ہنٹر	۱
۱۰	۱۲	ایضاً کروئی	۲
۱۰	۱۲	ہائین گلیز تہ	۳
۱۰	۱۲	رسالہ سہماں جداول علم مشاشی	۴
۱۰	۱۲	ملفوظات	
۱۰	۱۲	رسالہ علم ہندسہ نابجہ	۱
۱۰	۱۲	رسالہ علم حساب الجزئیات ٹوڈ ہنٹر	۲
۱۰	۱۲	رسالہ علم حساب الکلیات ایضاً	۳
۱۰	۱۲	علوم طبیعیہ	
۱۰	۱۲	رسالہ علم سکون - اس علم کی بہت معتبر انگریزی کتابوں نے انتخاب کر کے لکھا ہے	۱
۱۰	۱۲	رسالہ چار غفر علم لکھا - ابتدائے اصول علم طبیعیہ کے لکھنے میں اور اس کے ساتھ	۲
۱۰	۱۲	متہدین علم طبیعیہ کی تاریخ کا کچھ بیان ہے	
۱۰	۱۲	صحیفہ نظریات کی متہد و سقاہ اول	۳
۱۰	۱۲	علوم طبیعیہ کی الف بے کے سوالات و جوابات کے طبع پر	۴
۱۰	۱۲	جغرافیہ ریاضیہ رسالہ کردہ اور نقوشوں کے بنانے اور سمجھنے کے باب میں	۵
۱۰	۱۲	جغرافیہ طبیعیہ مع سوالات سوار اسکے زمین ہوا بادل - مینہ - اوس - برف	۶
۱۰	۱۲	کے باب میں سوال و جواب اس طرح لکھے ہیں کہ کیونکر استاد و مکتوب چنے چاہیں	۷
۱۰	۱۲	اور شاگرد و مکتوب بنانے	
۱۰	۱۲	کتب ریاضیہ ہندی	
۱۰	۱۲	ٹوڈ ہنٹر تحریر آئیدس - مقالہ اول سے شرح و نتائج	۱
۱۰	۱۲	جبر مقابلہ ٹوڈ ہنٹر تا مساوات و مجموعہ	۲
۱۰	۱۲	محمد ذکاء اللہ پروفیسر میوزک کالج الہ آباد	

